

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Análise da influência de “winglets” nos coeficientes aerodinâmicos
de uma asa, utilizando Dinâmica dos Fluidos Computacional**

Eduardo Mendonça Raupp

**Orientador:
Prof. Dr. Júlio Romano Meneghini**

**São Paulo
2003**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

*Nota 9,5
(Boa e cinco)
Rafael*

**Análise da influência de “winglets” nos coeficientes aerodinâmicos
de uma asa, utilizando Dinâmica dos Fluidos Computacional**

**Trabalho de formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Graduação em
Engenharia**

Eduardo Mendonça Raupp

**Orientador:
Prof. Dr. Júlio Romano Meneghini**

**Área de Concentração:
Engenharia Mecânica**

**São Paulo
2003**

1357538

TF-03
R193a

Aerodinâmica
Dinâmica dos Fluidos
Métodos Numéricos em Dinâmica dos Fluidos

cad.

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600010686

FICHA CATALOGRÁFICA

Raupp, Eduardo Mendonça

Análise da influência de “winglets” nos coeficientes aerodinâmicos de uma asa, utilizando Dinâmica dos Fluidos Computacional; por E. M. Raupp. São Paulo : EPUSP, 2003. 92P.

Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Aerodinâmica 2. Dinâmica dos Fluidos Computacional
2. Métodos Numéricos I. Raupp, Eduardo Mendonça
II. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica III. t.

Agradecimentos

Meus agradecimentos,

Ao meu orientador, Prof. Dr. Júlio Romano Meneghini, pela ótima orientação ao longo deste trabalho.

À minha família, pelo grande suporte e incentivo dado aos meus estudos.

À minha namorada, pelos incríveis anos de nossa convivência.

Aos meus amigos, pela ajuda nos momentos difíceis e pelos bons momentos juntos.

Resumo

“Winglets” são apêndices com perfis de asa (aerofólios) que se localizam na parte superior da extremidade livre da asa. Estes apêndices estão sendo utilizados pela indústria aeronáutica com o intuito de aumentar a eficiência de superfícies aerodinâmicas de sustentação (Asas). Este estudo pretende investigar, utilizando Dinâmica dos Fluidos Computacional, a influência qualitativa destes tipos de apêndices nos coeficientes de sustentação e de arrasto de uma asa.

Foram realizadas simulações numéricas utilizando o software comercial Fluent 6.1 da Fluent.Inc. para uma asa tridimensional com e sem “winglets” para três condições de ângulo de ataque e modelos de escoamento incompressível de Euler e de Navier-Stokes com turbulência. As malhas computacionais foram geradas no software Gambit 2.0.4 da Fluent.Inc..

Os resultados mais significativos foram a redução tanto do arrasto induzido como o arrasto total, variando entre 17% e 2% de redução para as diferentes condições de simulação e a relativa invariância da sustentação, se comparando a asa sem e com “winglets” para as mesmas condições de escoamento.

Índice

| | |
|--|----|
| 1. Introdução..... | 3 |
| 2. Geração de Malhas Não-Estruturadas | 7 |
| 2.1. Noções gerais relativas a malhas | 7 |
| 2.2. Descrição Geral..... | 11 |
| 2.3. Metodologia Geral para Criação de Malhas | 12 |
| 2.4. Métodos de Frente Progressiva (<i>Advancing Front Methods</i>)..... | 13 |
| 2.4.1. Métodos de frente progressiva em duas dimensões | 15 |
| 2.4.2. Métodos de frente progressiva em três dimensões | 20 |
| 3. Fundamentos de Aerodinâmica..... | 21 |
| 3.1. Equações da Dinâmica dos Fluidos Incompressíveis..... | 21 |
| 3.2. Força de Arrasto e Vorticidade do Escoamento | 23 |
| 3.3. Força de Sustentação e Circulação..... | 25 |
| 3.4. Fluido Ideal: Equação de Bernoulli..... | 26 |
| 3.5. Teoria de Fólios e das Superfícies de Sustentação | 28 |
| 3.5.1. Escoamento ao Redor de Perfis de Asa (2D)..... | 29 |
| 3.5.2. Asas Finitas (3D)..... | 32 |
| 3.5.3. “Winglets”..... | 37 |
| 4. Método dos Volumes Finitos | 40 |
| 4.1. Métodos de Resolução..... | 44 |
| 4.2. Discretização das Equações..... | 47 |
| 5. Escoamento Turbulento | 53 |
| 5.1. Média de Reynolds das Equações de Conservação..... | 53 |
| 5.2. Hipótese de Boussinesq | 54 |
| 5.3. Modelo de Spalart-Allmaras | 55 |
| 5.3.1. Equação de transporte | 55 |
| 5.3.2. Modelagem da Viscosidade Turbulenta | 55 |
| 5.3.3. Modelagem da Produção de Turbulência | 56 |
| 5.3.4. Modelagem da Destruição de Turbulência..... | 56 |
| 5.3.5. Constantes do Modelo..... | 57 |
| 5.3.6. Condição para Parede | 57 |

| | |
|--|----|
| 6. Malhas Computacionais..... | 58 |
| 6.1. Geometria do Problema..... | 58 |
| 6.2. Condições de Contorno do Problema..... | 60 |
| 6.3. Malhas Geradas..... | 61 |
| 7. Simulações Numéricas..... | 66 |
| 7.1. Simulações Utilizando a Equação de Euler..... | 66 |
| 7.1.1. Ângulo de ataque $\alpha = 0^\circ$ | 67 |
| 7.1.2. Ângulo de ataque $\alpha = 4^\circ$ | 69 |
| 7.1.3. Ângulo de ataque $\alpha = 8^\circ$ | 71 |
| 7.1.4. Coeficientes Aerodinâmicos..... | 72 |
| 7.2. Simulações Utilizando a Equação de Navier-Stokes. | 76 |
| 7.2.1. Ângulo de ataque $\alpha = 0^\circ$ | 77 |
| 7.2.2. Ângulo de ataque $\alpha = 4^\circ$ | 79 |
| 7.2.3. Ângulo de ataque $\alpha = 8^\circ$ | 82 |
| 7.2.4. Coeficientes Aerodinâmicos..... | 84 |
| 8. Equipamentos Utilizados | 89 |
| 9. Conclusões Finais e Sugestões para Trabalhos Futuros..... | 90 |
| 10. Bibliografia..... | 92 |

1. Introdução

Apêndices do tipo *winglets* estão sendo utilizados pela indústria aeronáutica com o intuito de aumentar a eficiência de superfícies aerodinâmicas de sustentação.

O presente trabalho tem como objetivo investigar a influência qualitativa destes apêndices nos coeficientes aerodinâmicos de uma asa utilizando a Dinâmica dos Fluidos Computacional, conhecida como CFD, do inglês *Coputational Fluid Dynamics*.

O trabalho pode ser dividido em duas partes, sendo a primeira geração das malhas computacionais (discretização do domínio) e a segunda simulações numéricas para obtenção e comparação dos resultados.

Os *winglets* são apêndices com perfil aerodinâmico localizados na parte superior da extremidade livre das asas de uma aeronave. São utilizados para diminuir a energia gasta na formação de vórtices de ponta de asa, reduzindo o arrasto. Diminuindo o arrasto, a propulsão da aeronave é facilitada e seu consumo de combustível, reduzido. Outro benefício ao desempenho das aeronaves causado pelos *winglets* é a redução dos efeitos *downwash* e tridimensionalidade do escoamento.



Figura 1.1: Aeronave Embraer 190 com *winglets*.

A soma desses efeitos é muito importante para o desempenho principalmente das aeronaves comerciais, que percorrem altas distâncias e possuem um peso muito elevado se comparado com jatos e aviões militares.

A opção pela utilização de CFD para a implementação deste estudo, ao invés de métodos experimentais (Ensaio em Túnel de Vento), se deu por causa da maior atratividade da primeira em relação à segunda opção.

A dinâmica dos fluidos computacional (CFD – do inglês *Computational Fluids Dynamics*) é normalmente definida como o conjunto de tópicos que englobam a solução numérica, através de métodos computacionais, das equações governantes que descrevem o escoamento de fluidos e transferência de calor, ou seja, as equações da dinâmica do movimento (Navier-Stokes ou Euler, por exemplo), equações de continuidade e quaisquer outras equações adicionais de conservação, tais como de energia ou concentração de espécies químicas.

Juntamente com as abordagens experimentais e analíticas, constitui o conjunto de técnicas utilizadas para a resolução de problemas em mecânica dos fluidos e transferência de calor.

Como uma ciência em desenvolvimento, CFD tem recebido uma enorme atenção da comunidade científica e tecnológica internacional desde o advento do computador digital. No fim dos anos 60, os supercomputadores digitais começaram a apresentar taxas de processamento rápidas o bastante para resolver as equações de Navier-Stokes para alguns casos simples, como o escoamento de velocidades baixas, bidimensional ao redor de um obstáculo. Antes disso, túneis de vento eram essencialmente a única maneira de testar a aerodinâmica de novos projetos. De lá para cá, o custo computacional de um procedimento genérico tem se reduzido de um fator aproximadamente igual a 10 a cada 8 anos. Por isso, nos últimos anos CFD deixou de ser apenas um objeto de pesquisa nos meios acadêmicos e se tornou uma ferramenta bastante poderosa e importante em quase todo tipo de projeto que envolve mecânica dos fluidos, indo desde engenharia aeroespacial até previsão do tempo.

Contudo, tomando como parâmetro o projeto de aeronaves, por exemplo, até mesmo hoje as limitações dos mais poderosos supercomputadores ainda fazem com que seja necessária a utilização de túneis de vento para a verificação da aerodinâmica de um novo avião.

No entanto, o progresso contínuo que a tecnologia computacional de *software* e *hardware* vem sofrendo tem proporcionado a CFD uma maior fatia do processo de projeto, principalmente nos estágios iniciais, quando os engenheiros estabelecem as dimensões principais e outros parâmetros básicos da aeronave.

Esta fase envolve muitas decisões tomadas por tentativa e erro, por isso experimentos em túnel de vento tornam-se bastante caros, pois requerem a construção de um novo modelo para cada teste realizado. Devido ao recente crescimento de CFD, um típico ciclo de projeto hoje envolve de dois a quatro testes de modelos de asa em túnel de vento, ao invés de dez a quinze, que era o padrão antigamente.

São três os principais atrativos do uso de CFD quando comparados ao procedimento experimental. Primeiramente, a possibilidade de modelar fenômenos da mecânica dos fluidos cuja reprodução experimental seja proibitiva ou impossível, como por exemplo sistemas climáticos ou aeronaves supersônicas. Esta vantagem se aplica não somente ao fenômeno físico como um todo, mas também a certos detalhes do experimento, que podem ser isolados durante a modelagem do fenômeno.

Um segundo aspecto é que a solução computacional do problema fornece a solução completa para todas as variáveis, enquanto que num experimento a quantidade de variáveis medidas e os pontos de medição são bastante restritos.

Um último atrativo se resume à capacidade de investigar sistemas fluidos mais rapidamente e com um custo menor em relação ao mesmo tipo de análise feita procedendo-se experimentalmente. Como consequência disso, há uma demanda considerável por especialistas no assunto, para aplicar e desenvolver métodos de CFD em empresas de engenharia e instituições de pesquisa.

Já os principais problemas residem na modelagem do fenômeno físico, que nunca representará a realidade de maneira totalmente fiel, e na implantação do método numérico, que pode fazer com que a solução divirja ou convirja para um valor errado. Assim, a grande maioria dos esforços no desenvolvimento de CFD hoje em dia concentra-se nesses dois tópicos. Pode-se afirmar que nos últimos anos evidenciou-se um estrondoso desenvolvimento nesses campos.

Os softwares de CFD utilizados neste trabalho são:

- Gambit 2.0.4, gerador de malhas computacionais.
- Fluent 6.1, realiza as simulações numéricas (solver).

A motivação para a realização deste trabalho é a possibilidade de se estudar um assunto muito visado e ainda carente de estudos mais aprofundados pela indústria aeronáutica, utilizando CFD, uma ciência em grande desenvolvimento que tem recebido uma enorme atenção da comunidade científica e tecnológica internacional desde o advento do computador digital.

2. Geração de Malhas Não-Estruturadas

São vários os métodos numéricos utilizados para a resolução de problemas em CFD. Entre eles estão o método das diferenças finitas, método de elementos finitos, método espectral e método dos volumes finitos. Este último é utilizado nas simulações deste trabalho e terá uma descrição detalhada adiante. Todos estes métodos têm caráter “euleriano”, isto é, a análise é focada num espaço fixo em relação ao sistema de coordenadas adotado, e não na partícula. Desse modo, é necessário que se discretize o domínio do problema a fim de aplicarmos o método de resolução. É disso que consiste a geração de malhas: é a discretização do domínio em vários elementos de forma geral pré-determinada, com a finalidade de estabelecer a posição dos pontos (nós) para os quais serão calculadas as soluções pretendidas. A geração de malhas, a determinação das condições de contorno e condições iniciais e o ajuste dos parâmetros de solução constituem o que se costuma chamar de pré-processamento do problema.

A fase de geração de malhas é muito importante na medida em que a geração de uma malha válida num domínio com uma geometria complexa não é uma operação trivial e pode ter um custo bastante grande em termos de tempo de processamento. Além do mais, a criação de uma malha coerente com as características físicas do problema considerado é crucial, porque a qualidade da solução computada está fortemente relacionada com a qualidade da malha.

2.1. Noções gerais relativas a malhas

Uma malha de um domínio, Ω , é definida por um conjunto, T_h , que consiste de um número finito de segmentos em uma dimensão, segmentos, triângulos e quadriláteros em duas dimensões e os elementos anteriores mais tetraedros, pentaedros e hexaedros em três dimensões. Os elementos, K , de tal malha devem satisfazer a um certo número de propriedades que serão introduzidas a seguir. A primeira diz respeito à *conformidade*, de acordo com a definição:

Definição: T_h é uma malha conforme de Ω se as seguintes condições são satisfeitas:

1. $\overline{\Omega} = \cup_{K \in T_h} K$
2. Todos os elementos *de* T_h têm interior de área (no caso bidimensional) ou volume (no caso tridimensional) não nulos
3. A interseção de dois elementos quaisquer de T_h se enquadra em um, e apenas um, dos seguintes casos:
 - conjunto vazio
 - um ponto comum aos dois elementos
 - uma aresta comum aos dois elementos
 - uma face comum aos dois elementos

Se T_h é uma malha conforme, então dizemos que ela representa Ω de maneira conforme quanto a aspectos geométricos. Na prática, T_h é uma particionamento de Ω , tão preciso quanto possível. Quando Ω não é um domínio poligonal (ou poliedral), T_h será apenas uma discretização aproximada do domínio.

Os elementos constituintes de uma malha devem geralmente satisfazer algumas propriedades específicas:

Propriedades geométricas:

- A variação dimensional entre dois elementos adjacentes tem que ser progressiva e descontinuidades de elementos para elementos não podem ser muito abruptas.
- A densidade de elementos em regiões de gradientes elevados de alguma grandeza envolvida no problema deve ser alta.
- Quando os elementos são do tipo triangular, deve-se evitar a presença de ângulos obtusos nos elementos.
- Os elementos devem se adequar às características anisótropas do problema.

Propriedades de natureza física:

Essas propriedades estão fortemente ligadas aos aspectos físicos do problema em consideração. A configuração geral e individual dos elementos deve ser definida de acordo com o comportamento do problema.

Existem numerosos algoritmos para a construção de malhas bidimensionais e tridimensionais. A escolha do método está fortemente ligada à geometria do domínio considerado. As malhas geradas podem ser agrupadas em duas classes principais: *malhas estruturadas e malhas não-estruturadas*.

Uma malha é chamada de estruturada se sua conectividade é do tipo de diferenças finitas. Uma malha é chamada de não-estruturada se sua conectividade é de qualquer outro tipo. Por *conectividade* de uma malha entendemos a definição da conexão entre seus vértices, em outras palavras, a conexão entre os nós globais de uma malha e os nós locais de cada elemento da malha.

Elucidando melhor os conceitos: para uma malha estruturada, a conectividade entre os nós é do tipo (i, j, k) , isto é, assumindo que índices de um certo nó sejam (i, j, k) , seu vizinho esquerdo terá os índices $((i-1), j, k)$ e seu vizinho direito terá os índices $((i+1), j, k)$. Este tipo de malha é mais apropriado para geometrias simples e simétricas, tais como configurações quadrilaterais e hexaédrais. Para geometrias mais complexas, é necessário um tratamento especial para que este tipo de estruturação seja concebido. O presente trabalho lida com simulações que utilizam malhas não estruturadas, que por sua vez apresentam menos restrições geométricas, mas tem um custo computacional maior.

Podemos ainda dividir os diferentes algoritmos de geração de malha em sete classes:

Métodos manuais ou semi-automáticos: adequados para geometrias relativamente simples. Estão nessa classe os métodos enumerativos, nos quais os pontos, arestas, faces e elementos que compõe a malha são dados explicitamente; e métodos apropriados para situações geométricas particulares, como formas cilíndricas e hexaédrais, os quais usam propriedades específicas da geometria explicitamente e a conectividade é conhecida "*a priori*".

Métodos que utilizam mapeamento: constroem a malha a partir do mapeamento, através de uma transformação conforme de um domínio, de uma malha de geometria simples.

Métodos baseados na solução de um sistema de equações diferenciais a derivadas parciais: essa abordagem se assemelha à segunda, mas aqui a função de mapeamento não é dada a princípio, mas é computada a partir da resolução de equações diferenciais a derivadas parciais, de forma a satisfazer certas propriedades de interesse, tais como densidade de elementos e ortogonalidade.

Métodos baseados na deformação e modificação local de uma malha: este método aplica-se principalmente a malhas de fácil obtenção, do tipo *quadtree*, em casos bidimensionais, ou *octree*, para casos tridimensionais. Nestes casos o domínio está encerrado num quadrilátero ou num paralelepípedo que é dividido em subconjuntos na forma de caixas. Esses subconjuntos são construídos pela decomposição baseada em uma árvore quaternária (para dimensão 2) ou árvore octal (dimensão 3). A rede resultante é então utilizada para criar a malha desejada.

Métodos que derivam a malha final, elemento por elemento, dos dados do contorno: basicamente existem duas abordagens: métodos de frente progressiva (“advancing front methods”) e algoritmos baseados na construção de Voronoï-Delaunay. Estes métodos criam nós internos e elementos, começando da fronteira do domínio. Esta fronteira pode ser dada de maneira global (por exemplo, definidos de forma analítica) ou de maneira discreta (como uma lista de arestas de faces triangulares). Esta classe de métodos é de particular interesse neste trabalho, pois é a que o software de geração de malhas utilizado (Gambit 2.0.4) emprega.

Métodos que utilizam a composição de malhas de subconjuntos baseados na modificação geométrica ou topológica dessas malhas: neste caso, as malhas dos subconjuntos podem ser obtidas por qualquer um dos métodos anteriores. O problema é então dividido em um conjunto de “sub-problemas” de menor complexidade, que são então resolvidos por uma ou mais classes das anteriormente citadas e o resultado final é então obtido por transformações e a adição dos resultados parciais.

Assim sendo, percebe-se que as principais diferenças entre os algoritmos de geração de malhas estão na generalidade do método, principalmente com relação à geometria, e a variedade, quantidade e forma dos dados que tem que ser fornecida ao algoritmo.

O estabelecimento da noção de malha de tal forma que esta seja conveniente em termos da computação futura precede a escolha do método geral de concepção da malha. Escolhido o método, existem diferentes maneiras pelas quais ele pode ser implementado.

2.2. Descrição Geral

Uma malha tem que ser descrita de acordo com a sua aplicação. No caso de simulações de escoamentos externos, que é o que ocorre neste trabalho, são necessárias as definições de objetos sólidos e da zona fluida que os circunda. Nesta definição deverão estar contidas todas as informações necessárias considerando os vários passos na computação. Estas informações incluem geometria, condições de contorno. Elas podem ser agrupadas em três tipos:

- **Informação geométrica:**

Aqui se incluem a descrição da malha, ou seja, como seus elementos cobrem o domínio, e uma espécie de histórico que contenha toda a informação previamente utilizada na construção dos elementos. Também tem que estar descrito o tipo de elemento (segmento, triângulo, quadrilátero, tetraedro, pentaedro, hexaedro ou outro).

A maneira prática da descrição da malha se constitui na listagem dos vértices dos elementos, a conectividade, as coordenadas dos vértices e a topologia, que é a descrição das arestas e faces de um elemento pelos seus vértices.

- **Informações necessárias ao processamento:**

Encontram-se aqui agrupados os dados para computação das matrizes, solução dos sistemas e visualização dos resultados. Estas informações variam de acordo com o algoritmo numérico utilizado para a resolução do problema. Exemplos são o número e a lista dos nós dos elementos.

É preciso frisar que os nós e os vértices de um elemento podem coincidir ou não. Podem existir nós intermediários localizados nas arestas, faces ou interior do elemento. Convenciona-se então uma ordem de numeração, de modo a simplificar a representação dos elementos. A seguir são dados quatro exemplos de elementos triangulares, com os respectivos nós numerados e indicados:

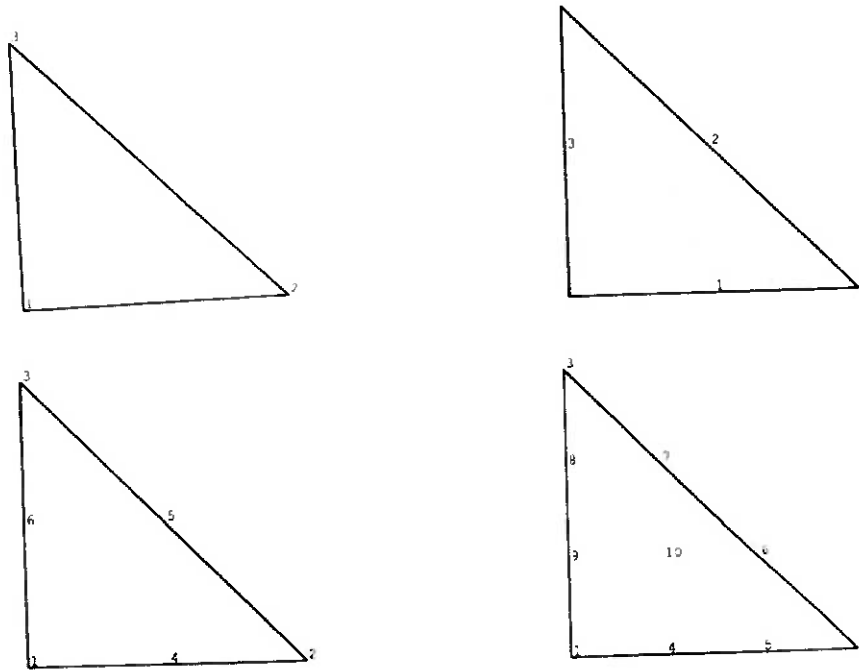


Figura 2.1: Diferentes numerações dos nós de um elemento triangular.

- **Informações físicas:**

Nesta classificação estão as condições iniciais e de contorno e caracterização física dos elementos (material e propriedades, por exemplo).

2.3. Metodologia Geral para Criação de Malhas

A concepção de uma malha pode ser decomposta em três passos:

- Análise do problema;
- Definição formal do processo de geração da malha;
- A construção da malha propriamente dita.

O primeiro passo consiste na análise da geometria do domínio e do problema físico a ser resolvido. Essa análise deve ser feita segundo uma metodologia *top-down*, ou seja, na decomposição de um problema complexo numa série de problemas mais simples.

A construção formal da malha, que constitui o segundo passo, leva em conta os resultados da análise efetuada no primeiro passo e é baseada numa construção *bottom-up*, que é a definição de objetos simples tornando a solução do problema completo possível através da soma das soluções dos objetos.

Por último, a construção da malha propriamente dita é feita através do uso de um algoritmo apropriado de geração de malhas e consiste de duas fases: a definição do conjunto de dados relevantes e a geração real da malha.

2.4. Métodos de Frente Progressiva (*Advancing Front Methods*)

Aqui será feita uma introdução geral ao método empregado pelo software utilizado para gerar as malhas das simulações deste trabalho (Gambit 2.0.4). Esta classe de geradores de malhas foi desenvolvida entre as décadas de 70 e 80 e foi a primeira solução automática para a geração de malhas para domínios de geometrias arbitrárias. Basicamente, os algoritmos constroem a malha do domínio a partir da fronteira do mesmo. Os elementos utilizados são triângulos no caso bidimensional e tetraedros no caso tridimensional. Os dados demandados são as fronteiras do domínio ou, mais precisamente, sua discretização poligonal (para dimensão 2) descritos por uma lista de segmentos, ou sua discretização poliedral (para dimensão 3) descritos por uma lista de faces triangulares.

O processo é iterativo: uma *frente*, inicializada por um conjunto de itens da fronteira dada, é analisada a fim de estabelecer uma *zona de partida*, a partir da qual um ou mais elementos internos são criados; a frente é então atualizada e o processo de criação de elementos é repetido se a frente não for um conjunto vazio. O algoritmo pode ser sumariado da seguinte forma (veja também o esquema mostrado na Figura 2.2):

- Inicialização da frente;

- Análise da frente:
 - Determinação da zona de partida;
 - Análise da região:
 - Criação dos pontos internos e dos elementos internos;
 - Atualização da frente.
- Se a frente não for um conjunto vazio, ir para “Análise da frente”.

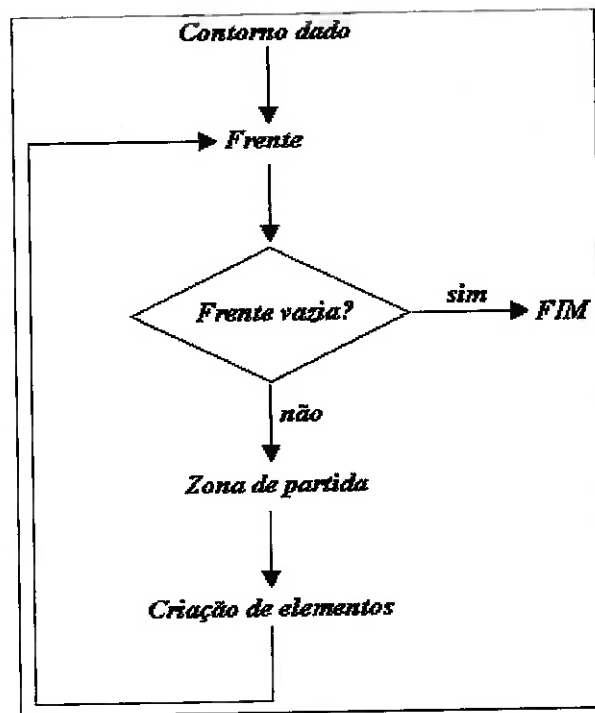


Figura 2.2: Esquema geral do método de frente progressiva.

A análise da frente e a criação dos elementos podem ser feitas de várias formas. Aqui serão descritas uma forma para o caso bidimensional e uma para o caso tridimensional. Logo após são introduzidas algumas extensões que servem para controlar a criação dos pontos internos e dos elementos, de tal maneira que a malha resultante tenha algumas características particulares, como elementos isotrópicos, elementos anisotrópicos, etc.

2.4.1. Métodos de frente progressiva em duas dimensões

Como já foi exposto, este tipo de algoritmo constrói a malha do domínio Ω com triângulos que partem do seu contorno. Na prática, uma aproximação poligonal do contorno é usada em termos de uma lista dos seus elementos constitutivos. O interior do domínio, ou seja, a zona a ser discretizada, está bem definida por causa da orientação do contorno servindo como dado de entrada. A frente inicial F é definida como o conjunto de segmentos da fronteira C descrevendo o domínio Ω .

Dada F , pode-se detalhar a maneira pela qual os triângulos são criados. Enquanto o processo de criação dos triângulos internos progride, a fronteira C e a frente F são atualizadas. Considerando F o atual estado da frente, então sua análise é baseada no exame das propriedades geométricas dos seus elementos constituintes. Chamando de α o ângulo formado por dois segmentos consecutivos da frente F , então três situações ou padrões são identificados:

1. $\alpha < \frac{\pi}{2}$, os dois segmentos com ângulo α são mantidos e tornam-se dois lados do triângulo criado (Figura 2.3);

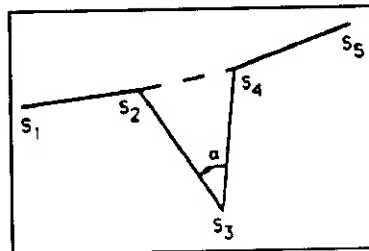


Figura 2.3: Padrão 1.

2. $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{2\pi}{3}$, dos dois segmentos com ângulo α , um ponto interno e dois

triângulos são gerados (Figura 2.4);

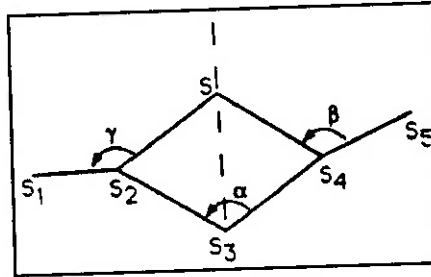


Figura 2.4: Padrão 2.

3. $\frac{2\pi}{3} < \alpha$, um segmento é mantido, um triângulo é criado com este

segmento sendo um dos lados e um ponto interno (Figura 2.5);

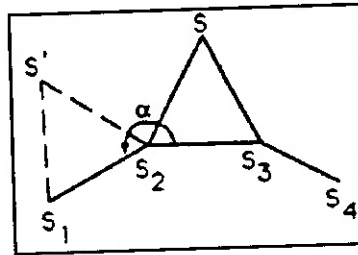


Figura 2.5: Padrão 3.

As posições dos pontos internos criados são definidas de forma que sejam ótimas, significando que os elementos que têm esses pontos como vértices sejam os mais regulares possíveis. No caso do padrão 2, o vértice é gerado na linha bissetriz do ângulo α a uma distância computada a partir dos respectivos comprimentos das arestas da zona de partida: a localização deste ponto interno S é calculada pela fórmula:

$$d_{SS_3} = \frac{1}{6} (2d_{S_2S_3} + 2d_{S_3S_4} + d_{S_1S_2} + d_{S_4S_5}) \quad (2.1)$$

No caso dos ângulos β e γ (Figura 2.3) terem seus valores entre $\pi/5$ e $2\pi-\pi/5$ radianos (o valor $\pi/5$ é empírico). Para outros casos, o padrão 1 é utilizado. No caso do padrão 3, um triângulo o mais próximo de um equilátero possível é formado usando o segmento mais curto da zona de partida.

Na criação de cada ponto, é necessário verificar se o ponto está dentro do domínio ainda não coberto pelos elementos já construídos. Isto quer dizer cada ponto criado tem que estar dentro do domínio considerado e fora de qualquer elemento existente. Essa verificação, crucial para este tipo de método, baseia-se no conhecimento exato da vizinhança da zona que está sendo criada. No caso bidimensional, um ponto será interno se a intersecção de todos as arestas que dele partem com qualquer aresta da frente é um conjunto vazio. No caso de domínios com um ou mais loops internos ("buracos"), é necessário considerar ainda a condição de que nenhum triângulo formado com o ponto em questão contenha um ponto, em qualquer segmento, do contorno de qualquer loop interno presente.

Uma nova frente F é formada pela supressão dos segmentos que pertençam aos triângulos criados e à antiga frente; e pela adição dos novos segmentos dos triângulos criados, que não sejam comuns a dois elementos. O estado atualizado de F é então processado da mesma forma. A Figura 2.6 mostra vários estados da frente em evolução correspondendo ao domínio mostrado na Figura 2.7. Uma vez que F seja um conjunto vazio, a malha final está constituída.

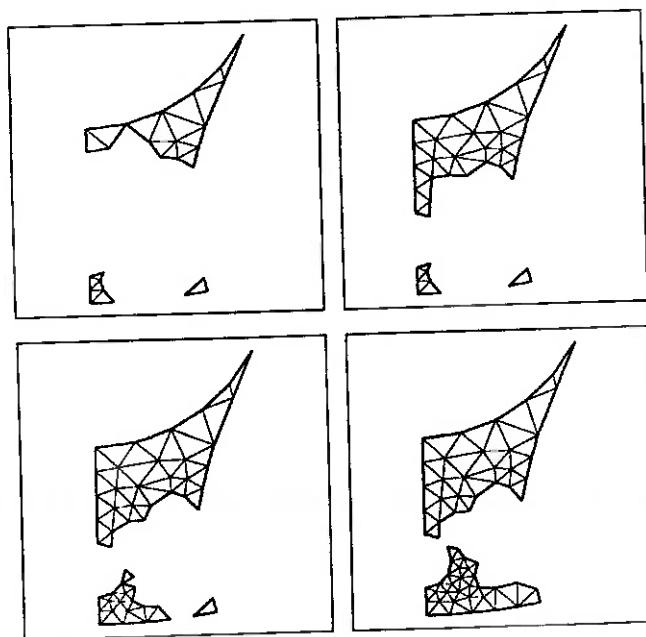


Figura 2.6: Estados da frente progressiva.

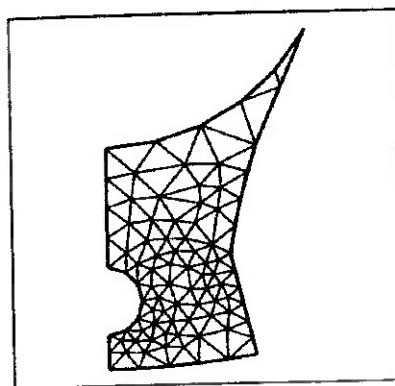


Figura 2.7: Malha final.

No caso de domínios fortemente não convexos, o método pode não convergir. Além disso, uma variação muito aguda na distribuição dos pontos na fronteira pode produzir um resultado negativo similar. Para sanar este problema, considera-se apenas subconjuntos primários adequados, ou um método diferente tem que ser usado. De fato, este resultado negativo é uma consequência da dificuldade em provar a validade do método teoricamente, mas uma implementação mais astuta pode superar este problema.

A triangulação obtida está claramente relacionada ao número e localização relativa dos pontos que discretizam a fronteira. Assim, especificando os pontos da fronteira adequadamente, é possível obter uma densidade variável de elementos em certas regiões da malha.

A malha final pode ser polida a fim de obter triângulos de melhor qualidade. Este processo corrige a posição dos pontos criados usando informações locais globalmente. O resultado é mostrado na Figura 2.8.

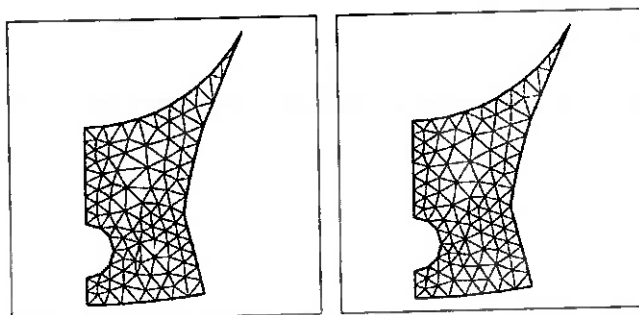


Figura 2.8: Malha antes e depois de ser polida.

Existem numerosas variações do método de frente progressiva. Em particular, a zona de partida pode ser escolhida como:

- Uma parte do contorno tal que seus elementos constitutivos satisfaçam certas condições (a Figura 2.5 ilustra o resultado de um algoritmo pertencente a esse grupo);
- A fronteira inteira constitui a frente, e seus elementos constitutivos participam da criação de elementos numa ordem pré-definida.

A primeira abordagem se aplica especialmente a zonas particulares, por exemplo, aquelas que contém ângulos pequenos. A segunda abordagem produz uma inflação da frente inicial (Figura 2.9) ou a propagação de uma linha inicial (Figura 2.10).

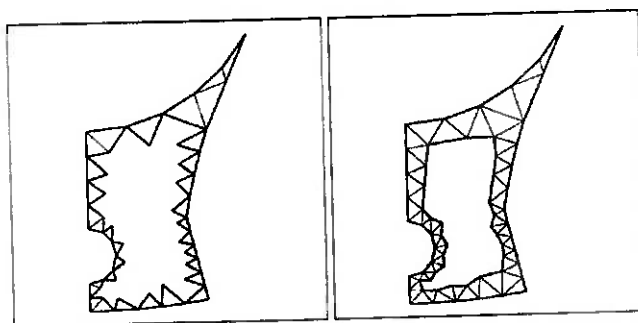


Figura 2.9: Frente progredindo por inflação.

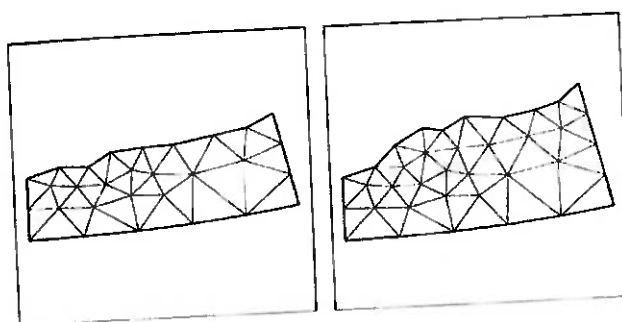


Figura 2.10: Frente progredindo pelo avanço de uma linha.

Este método pode também ser aplicado para a criação de quadriláteros. Baseado no mesmo princípio, o algoritmo intenta em criar quadriláteros com a forma a mais regular possível. Este processo utiliza triângulos em locais impossíveis de serem cobertos por um quadrilátero ou uma combinação deles.

2.4.2. Métodos de frente progressiva em três dimensões

A aplicação de técnicas de frente progressiva em três dimensões é obviamente mais delicada e os problemas inerentes a esse tipo de abordagem são mais difíceis de serem solucionados. No caso tridimensional, o domínio é discretizado em elementos tetraédricos, construídos a partir dos dados da fronteira. Na prática, uma aproximação poliedral do contorno é utilizada e se constitui de uma lista de faces triangulares. O algoritmo é baseado no mesmo tipo de esquema utilizado para o caso bidimensional (Figura 2.10). O processo é iterativo: a partir de um dado contorno C e uma frente a ele associada F , as propriedades das faces de F , em termos de tamanho e angulação, e da sua vizinhança, são analisadas a fim de selecionar uma zona de partida.

De acordo com o caso considerado, um elemento é criado com as faces selecionadas ou um ponto interno é gerado de forma a permitir a criação de elementos através da ligação dele com as faces selecionadas através de arestas simples. As condições referentes à criação dessas novas arestas são: por um lado, as arestas que contém o ponto interno criado não podem interceptar uma face de qualquer elemento da frente e, por outro lado, as faces que contém o ponto interno criado não podem ser interceptadas por qualquer aresta da frente. No caso de domínios com um ou mais loops internos, é necessário considerar ainda a condição de que nenhum elemento formado com o ponto em questão contenha um ponto, em qualquer segmento, do contorno de qualquer loop interno presente.

O novo estado da frente F' é formado pela remoção das faces dos tetraedros criados que pertençam à frente antiga F , e pela adição das faces criadas para compor os novos elementos, caso essas faces não sejam comuns a dois elementos. F' é processada do mesmo jeito, e a malha final é obtida a partir do momento que a frente seja um conjunto vazio.

A eficiência e a confiabilidade do método dependem da forma como o espaço é controlado. Na prática, é preciso que se acesse o contexto relativo de qualquer segmento da frente rapidamente, ou seja, que se determine a vizinhança de qualquer triângulo da malha em progressão. Este requisito é particularmente importante no caso tridimensional em termos de eficiência do algoritmo.

3. Fundamentos de Aerodinâmica

A segunda parte desse trabalho refere-se a simulações tridimensionais de diferentes configurações de superfícies de sustentação. Por isso, neste capítulo, são feitas considerações teóricas e tecnológicas sobre aerodinâmica e sua utilização. Essas considerações abrangem definições de termos técnicos e grandezas físicas, introdução de modelos de análise de dados e aplicação dos conceitos de aerodinâmica a asas finitas. Por ventura dessa última, para um completo entendimento desse capítulo, é necessário que o leitor esteja familiarizado com os conceitos de aerodinâmica e mecânica dos fluidos básica. Caso contrário, recomenda-se que se recorra às referências [1],[2] e [3].

3.1. Equações da Dinâmica dos Fluidos Incompressíveis

As equações da dinâmica dos fluidos são obtidas através da aplicação dos princípios básicos da Mecânica, como conservação da quantidade de movimento e conservação de massa, a uma partícula fluida infinitesimal de uma massa fluida incompressível.

Para uma partícula fluida sob a ação das forças de campo (gravidade, na direção z) e das forças de contato das outras partículas obtém-se as seguintes equações que descrevem o comportamento dessa partícula:

a. Equação de Movimento (Quantidade de Movimento):

$$\begin{aligned}\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)u \right) &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)v \right) &= \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)w \right) &= \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \rho g\end{aligned}\tag{3.1}$$

Para um *fluido newtoniano*, o campo de tensões é dado por:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \sigma_{yy} &= -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \tau_{yz} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \sigma_{zz} &= -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} & \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)\end{aligned}\quad (3.2)$$

Substituindo as equações (3.2) nas equações de movimento (3.1), teremos as equações de movimento (dinâmicas) para fluidos newtonianos incompressíveis:

$$\begin{aligned}\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) u \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) v \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) w \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \rho g\end{aligned}\quad (3.3)$$

onde (u,v,w) é o campo de velocidade, p é a distribuição de pressão, ρ é a massa específica do fluido, g é a aceleração da gravidade e μ é a viscosidade do fluido.

O modelo de fluido newtoniano descreve apropriadamente o comportamento tanto da água quanto do ar em condições usuais.

b. Equação de Conservação da massa:

A *equação da continuidade* (conservação da massa) para uma partícula fluida qualquer é dada pela expressão:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (3.4)$$

Para um fluido incompressível (massa específica invariante no tempo e no espaço) a equação da continuidade fica:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.5)$$

c. Equações de Navier-Stokes para Fluido Incompressível:

O sistema de formado pelas equações (3.3) e (3.5), que governa o escoamento de um fluido newtoniano incompressível, é denominado *Equações de Navier-Stokes*. Na forma vetorial, o sistema é dado por:

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} &= -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} - \rho g \vec{k} \\ \nabla \cdot \vec{u} &= 0\end{aligned}\tag{3.6}$$

Existem assim quatro equações escalares com quatro incógnitas: as três componentes de velocidade e a pressão. A dificuldade toda do problema do escoamento de um fluido incompressível reside na ação de duas parcelas de (3.6): a parcela $(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u}$ da aceleração convectiva, que é responsável pela não-linearidade do problema, e a parcela viscosa $\mu \nabla^2 \vec{u}$, responsável pela geração de vorticidade na superfície dos corpos expostos ao escoamento.

3.2. Força de Arrasto e Vorticidade do Escoamento

Quando um corpo translada em um meio fluido com velocidade constante (regime permanente), o fluido oferece uma resistência ao avanço que só pode ser vencida se aplicarmos ao corpo uma força de mesma magnitude dessa força de resistência chamada *força de arrasto*. A tarefa fundamental no projeto de "embarcações" que se deslocam nesse meio, como navios, aviões, automóveis, submarinos, etc, é minimizar a força de arrasto e portanto a demanda sobre o sistema propulsivo que deve ser instalado na "embarcação". A força de arrasto(resistência ao avanço) pode ter várias origens, mas sempre possui uma componente muito importante relacionada ao atrito interno, à dissipação de energia relacionada à viscosidade do fluido.

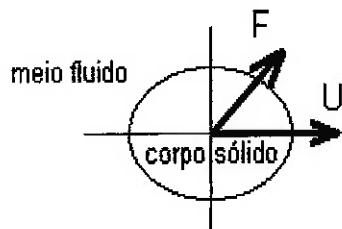


Figura 3.1: Corpo sólido de superfície S_0 se deslocando em meio fluido.

As equações de movimento em duas dimensões são dadas por:

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)\end{aligned}\quad (3.7)$$

A equação de conservação de massa pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.8)$$

E o rotacional do campo de velocidades (*vorticidade*) pode ser expresso como:

$$\begin{aligned}\text{rot}(\vec{u}) &= \omega_z \vec{k} \\ \omega_z &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\end{aligned}\quad (3.9)$$

A força de arrasto sobre o corpo em movimento no meio fluido pode ser calculada através da conservação da energia:

$$\vec{F} \cdot \vec{U} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \rho \int_{S_0} \vec{u}^2 dS \right) + \mu \int_{S_0} (\text{rot}(\vec{u}))^2 dS \quad (3.10)$$

A expressão (3.10) afirma que do total $\vec{F} \cdot \vec{U}$ da potência fornecida ao corpo para se movimentar com velocidade constante, parte é gasta para aumentar a energia cinética do fluido e outra parte é dissipada pela viscosidade (geração de vórtices). Em um escoamento estacionário (regime permanente) a energia cinética permanece invariante no tempo e assim:

$$D = \frac{\mu}{U_0} \int_{S_0} (\text{rot}(\vec{u}))^2 dS \quad (3.11)$$

Pode-se perceber que a parcela da força \vec{F} na direção da velocidade \vec{U} é a força de arrasto D.

O coeficiente de arrasto C_D é o adimensional definido pela expressão:

$$C_D(\text{Re}) = \frac{D}{1/2 \rho U_0^2 l b} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{2}{U_0^2} \int_{S_0} (\text{rot}(\vec{u}))^2 dS \quad (3.12)$$

Onde:

$$\text{Re} = \frac{\rho U_0 l}{\mu} \quad (3.13)$$

é o número de Reynolds e l o comprimento característico do corpo e b sua espessura (envergadura).

Através das equações acima fica evidente a relação entre o arrasto (D ou C_D) e a vorticidade ($\text{rot}(\vec{u}) = \omega_z \vec{k}$), portanto, quanto maior for a intensidade dos vórtices formados, maior será o arrasto sobre o corpo em meio ao escoamento. Nos projetos de engenharia, a forma dos corpos projetados são tais que o rotacional do campo de velocidades do escoamento ao redor destes corpos é praticamente nulo, ou seja:

Bom projeto $\rightarrow \vec{\omega} = \text{rot}(\vec{u}) = \vec{0}$ (vorticidade nula) \rightarrow Minimizar a força de arrasto e a potência do sistema propulsivo.

Para o estudo do escoamento ao redor de superfícies de sustentação (asas) essa hipótese de escoamento irrotacional é muito boa, pois o formato de asas (forma aerodinâmica) é tal que, os vórtices (redemoinhos) gerados pelo escoamento são pouco intensos.

3.3. Força de Sustentação e Circulação

A força \vec{F} aplicada externamente ao corpo deve ser igual e de sinal contrário à força que o fluido aplica no corpo: essa é a condição para que ele translate-se com uma velocidade constante \vec{U} pois só assim a resultante das forças, e portanto a aceleração, pode ser nula. Quando a força \vec{F} não é colinear com \vec{U} , existe uma componente ortogonal L , além da força de arrasto paralela à velocidade, designada *força de sustentação*.

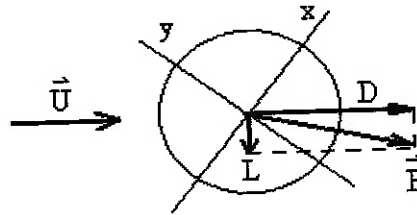


Figura 3.2: Componentes de arrasto D e de sustentação L da força F sobre o corpo de superfície S_0 .

A força de sustentação é dada pela expressão:

$$L = \rho U_0 \Gamma_0 \quad (3.14)$$

Onde:

$$\Gamma_0 = \oint_{S_0} \vec{u} \cdot d\vec{l} = \int_{S_0} \text{rot}(\vec{u}) \cdot d\vec{S}_0 = \int_{S_0} \omega_z dS_0 \quad (3.15)$$

é a circulação no contorno do corpo.

Define-se então o *coeficiente de sustentação* de maneira análoga ao coeficiente de arrasto:

$$C_L = \frac{L}{1/2 \rho U_0^2 l b} \quad (3.16)$$

Pela equação (3.14) percebe-se que a circulação é nula para um escoamento simétrico ($\Gamma_0 = 0$). Para que haja sustentação, é necessário que se quebre a simetria do problema e isso pode ser conseguido de duas formas: introduzindo ou uma assimetria no corpo ou movimentando o corpo com um pequeno ângulo de ataque.

3.4. Fluido Ideal: Equação de Bernoulli

A viscosidade do fluido desempenha um papel na dinâmica dos escoamentos de tal forma que, sua importância depende da região do escoamento onde a estamos considerando: ela é essencial na superfície do corpo, onde os vórtices são gerados justamente porque o atrito interno impede que a partícula fluida deslize sobre a superfície; ela é praticamente irrelevante no interior do fluido, onde a influência das forças viscosas é dominada pela presença das forças de inércia.

A geração de vorticidade é resultante da interação entre o corpo sólido inserido no escoamento e o fluido. Tanto a força de arrasto como a de sustentação dependem, em geral, da vorticidade. A força de arrasto depende de forma direta da vorticidade (3.11), já para a sustentação, a relação é mais implícita, através da circulação que ela causa (3.14). A vorticidade e a circulação são relacionadas através do *Teorema de Stokes*:

$$\Gamma = \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot}(\vec{u}) \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{\omega} \cdot d\vec{S} \quad (3.17)$$

Uma vez gerados na superfície do corpo, os vórtices são convectados para o interior do fluido e, a partir daí, a dinâmica do escoamento quase não depende mais da viscosidade. No interior do fluido, o escoamento se dá essencialmente como se não houvesse mais atrito interno, como se o fluido fosse ideal ($\mu = 0$). Os vórtices gerados são convectados pelo escoamento mas, simultaneamente, são lentamente difundidos pelo efeito da viscosidade no interior do fluido. Em primeira aproximação a difusão dos vórtices pode ser ignorada e pode-se considerar apenas a sua convecção pelo escoamento.

Portanto, para o escoamento de um fluido ideal ($\mu = 0$), a equação da quantidade de movimento fica:

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p - \rho g \vec{k} \quad (3.18)$$

Essa equação é conhecida como *Equação de Euler* para fluido ideal. Integrando a Equação de Euler ao longo de uma trajetória e com escoamento irrotacional, obtém-se a *Equação de Bernoulli*:

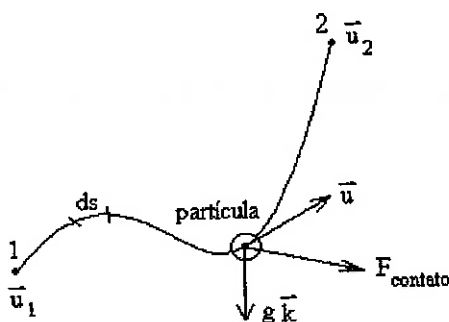


Figura 3.3: Partícula ao longo de sua trajetória, sujeita à gravidade e às forças de contato.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} - U = f(t) \quad (3.19)$$

Onde ϕ é o potencial de velocidades, definido por:

$$\vec{u} = \text{grad}(\phi) = \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \vec{k} \quad (3.20)$$

e $U = -gz$, o potencial gravitacional.

Para regime permanente, a equação de Bernoulli fica da seguinte forma:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = cte \quad (3.21)$$

A *equação de Bernoulli* afirma que a pressão cresce quando a velocidade diminui ou decresce quando a velocidade aumenta. A constante do lado direito da equação é a mesma para uma trajetória, mas como as partículas fluidas partem de condições idênticas (caso do escoamento uniforme ao longe distorcido pela presença de um corpo, asa ou aerofólio), assim, a constante em (3.21) é a mesma para todas as partículas fluidas.

3.5. Teoria de Fólios e das Superfícies de Sustentação

Por asa entendemos as superfícies que suportam aeronaves por meio da reação dinâmica com o ar. Uma aeronave pode ter várias asas que podem estar fixas na fuselagem ou possuir movimento relativo a esta, como no caso de helicópteros. Neste trabalho, estaremos interessados somente em asas fixas.

As reações dinâmicas com o ar se devem a duas fontes básicas: a *distribuição de pressão* e a *distribuição das tensões de cisalhamento* pela superfície da asa. Esses são os únicos mecanismos pelos quais um fluido pode transmitir força para um corpo ao redor do qual está escoando.

Para todos os tipos de asa, o desempenho aerodinâmico é fortemente afetado pela geometria de sua seção transversal, em outras palavras, pela forma do *perfil* da asa. As características de uma asa podem ser preditas por parâmetros aerodinâmicos conhecidos do perfil da asa se a *envergadura* (distância entre os dois extremos longitudinais da asa) é significativamente grande em comparação à *corda* (distância entre os bordos de ataque e fuga), se os números de Mach envolvidos no fenômeno são subcríticos e se a componente da velocidade na direção da corda é significativamente maior que componente na direção da envergadura. Esses requisitos são atendidos por um grande número de aplicações.

3.5.1. Escoamento ao Redor de Perfis de Asa (2D)

Antes de começar a análise do escoamento ao redor de seções de asas (perfis) é necessário a apresentação das características geométricas dos perfis:

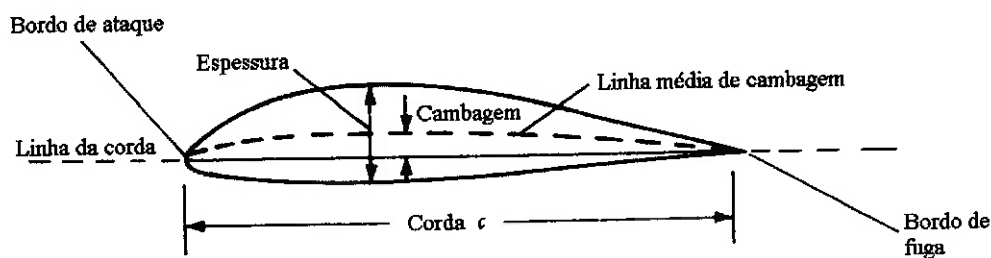


Figura 3.4: Dimensões importantes de um aerofólio.

A *linha média de cambagem* é o lugar geométrico dos pontos médios de segmentos perpendiculares à própria linha, e que ligam as faces inferior e superior. O ponto extremo dianteiro da linha média de cambagem é o *bordo de ataque* e o traseiro é o *bordo de fuga*. A linha reta que liga os bordos de ataque e fuga é a *linha da corda* do aerofólio, e a distância entre os bordos medida nessa linha é a chamada *corda c*. A *cambagem* é a distância máxima entre a linha média de cambagem e a linha da corda, medida perpendicularmente à linha de corda. A *espessura* é a distância máxima entre as superfícies superior e inferior, também medida perpendicularmente à linha de corda.

A asa de uma aeronave é sustentada por uma força chamada de *sustentação* (L), que é gerada pelo movimento num meio fluido, no caso, o ar. Essa sustentação é definida como a componente de força agindo no plano de simetria numa direção perpendicular à linha de vôo. Já a força que se opõe diretamente ao movimento da asa pelo ar está sempre presente e é chamada de *arrasto* (D), como já fora mostrado nesta seção.

No escoamento através de um aerofólio os efeitos de sua espessura são menos importantes que os efeitos devido ao seu comprimento (corda). Portanto, pode-se aproximar o escoamento no fôlio por uma superposição de três escoamentos sobre placa plana.

OBS: O princípio da superposição é válido pois se trata de uma aproximação de um escoamento de fluido ideal (equação de Euler).

Tomado um fôlio genérico sob a ação do escoamento U_o com ângulo de ataque α_o :

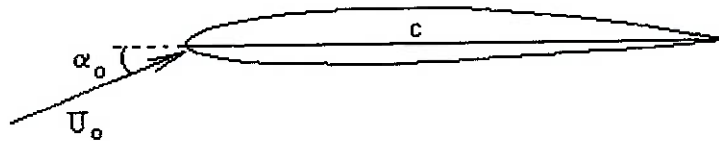


Figura 3.5: Fôlio sob a ação do escoamento U_o com ângulo de ataque α_o .

O escoamento pode ser dividido em três partes:

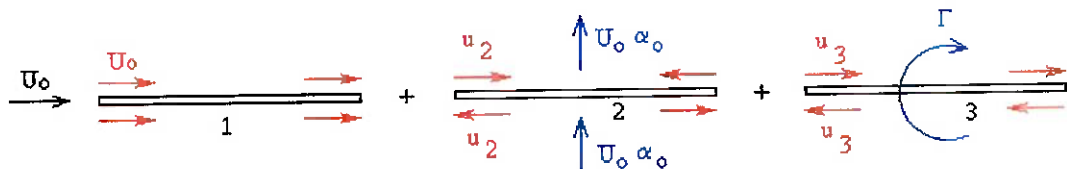


Figura 3.6: Superposição de três escoamentos sobre placa plana.

A circulação Γ e a componente vertical $U_o \sin \alpha_o$ dependem do ângulo de ataque.

Utilizando a equação de Bernoulli pode-se obter o formato das distribuições de pressão em cada parcela do escoamento:

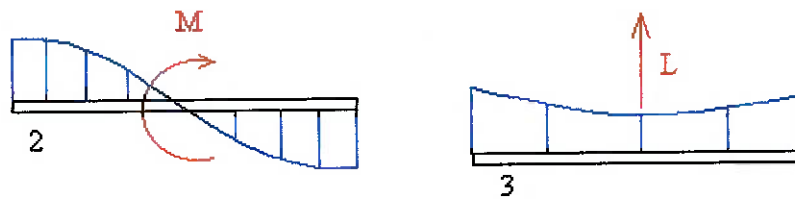


Figura 3.7: Formato do campo de pressão nas parcelas 2 e 3 dos escoamentos sobre placa plana.

Pode-se, dessa forma, calcular o momento e a sustentação gerados pelo escoamento:

$$M = \frac{1}{4} \pi \rho U_o^2 c^2 \alpha_o \quad (3.21)$$

$$L = -\rho U_o \Gamma \quad (3.22)$$

Para se obter o valor da circulação deve-se aplicar a condição de Kutta:

“ A velocidade no bordo de fuga não deve ter componente transversal”, isto implica que:

$$\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{c/2} = U_o \alpha_o \quad (3.23)$$

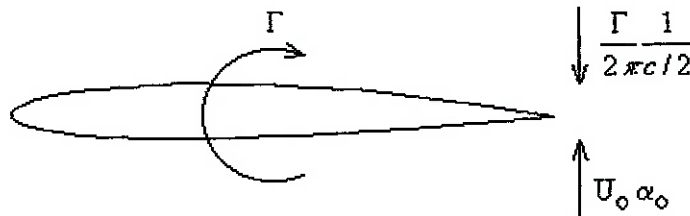


Figura 3.8: Condição de Kutta para o bordo de fuga.

Da condição de Kutta consegue-se calcular a circulação, a sustentação e, por fim, o coeficiente de sustentação do aerofólio (perfil de asa).

$$\text{Circulação: } \Gamma = \pi U_o c \alpha_o \quad (3.24)$$

$$\text{Sustentação: } L = \pi \rho c U_o^2 \alpha_o \quad (3.25)$$

$$\text{Coeficiente de Sustentação: } C_L = \frac{L}{1/2 \rho U_o^2 c} = 2\pi \alpha_o = m_o \alpha_o \quad (3.26)$$

O coeficiente de arrasto é muito pequeno se comparado com o de sustentação, isso devido à ausência do arrasto viscoso, causado pelo atrito entre o fluido e a superfície do fólio.

Em um escoamento potencial é impossível aparecer uma circulação Γ , pois não há viscosidade e logo não há formação de vórtices. Assim, esta circulação deve ser definida externamente e somada a teoria do potencial de velocidades.

A curva $C_L \times \alpha_0$ possui declividade 2π , mas apenas em uma certa região. A curva real de $C_L \times \alpha_0$ é mostrada na Figura 3.9.

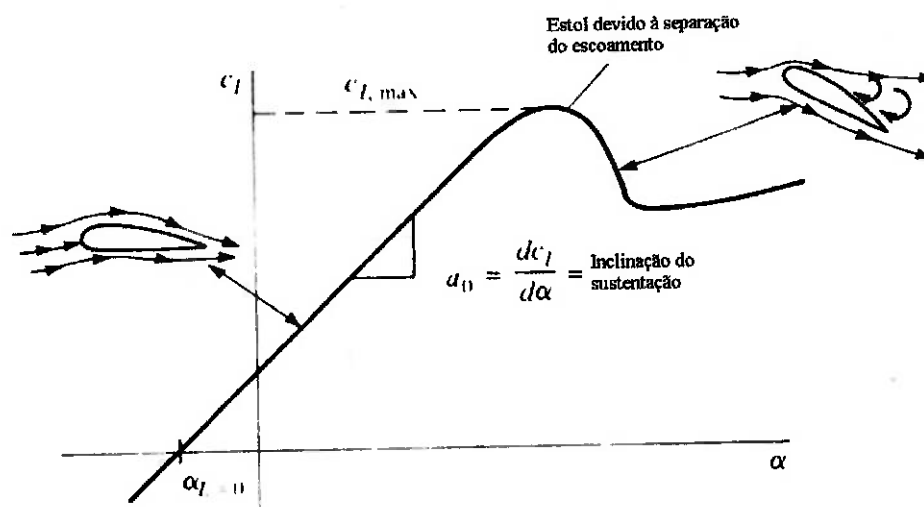


Figura 3.9: Curva do coeficiente de sustentação.

3.5.2. Asas Finitas (3D)

As características aerodinâmicas de uma asa finita são diferentes daquelas referentes a perfis porque aparecem componentes do escoamento na direção da envergadura, ou seja, o escoamento é tridimensional. Isto fica mais claro ao examinarmos a Figura 3.10. Nela percebemos que a diferença de pressões na face superior e inferior da asa, que é responsável pela geração de sustentação, também faz com que o fluido perto das bordas laterais da asa tenda a contornar as bordas. Como resultado, na face superior da asa, aparece geralmente uma componente do escoamento na direção da envergadura no sentido da raiz da asa, causando a deformação das linhas de corrente neste sentido.

Similarmente, na face inferior da asa, há geralmente uma componente de velocidade direcionada para a borda lateral, causando a deformação das linhas de corrente neste sentido.

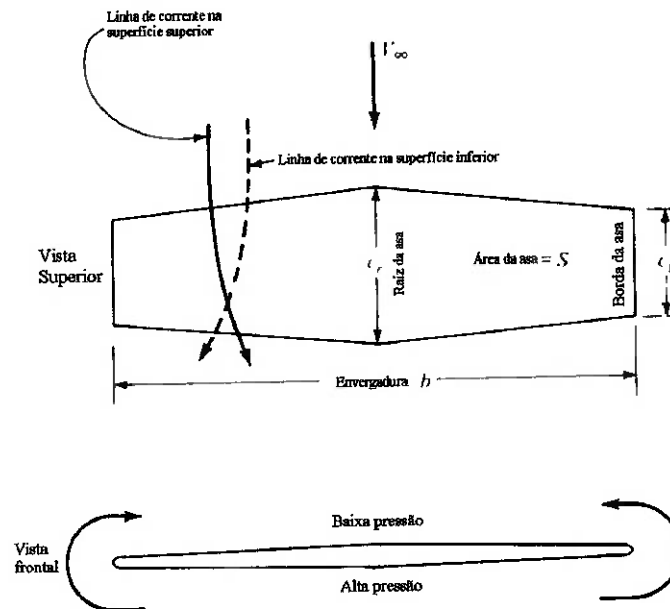


Figura 3.10: Escoamento ao redor de uma asa finita.

A tendência do escoamento a “vazar” pelas bordas laterais da asa tem um outro efeito importante na aerodinâmica da asa. Esse escoamento estabelece um movimento helicoidal à jusante da asa, isto é, aparecem *vórtices de fuga* em cada bordo lateral. Esses vórtices estão representados na Figura 3.11.

O efeito dos vórtices de fuga correspondentes a uma sustentação positiva é induzir uma componente vertical para baixo da velocidade na asa e atrás delas chamada de *downwash* (w). A magnitude desta componente em qualquer seção transversal é igual à soma dos efeitos de todos os vórtices de fuga ao longo da envergadura inteira (direção y). É assumido que as características aerodinâmicas da seção em relação às linhas de corrente rotacionadas são as mesmas que a seção teria no caso bidimensional.

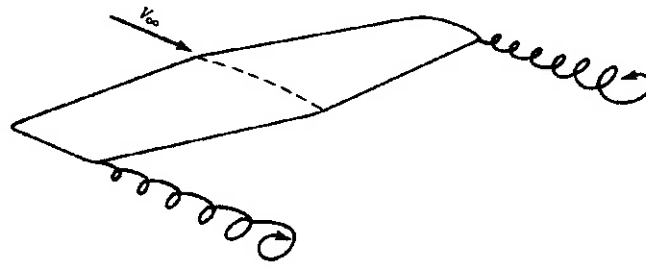


Figura 3.11: Esquema dos Vórtices de Fuga.

As consequências do efeito *downwash* são muito prejudiciais para o desempenho da asa, pois causa uma redução do ângulo de ataque efetivo, conseqüentemente uma redução da sustentação e há a formação de um arrasto induzido de alta importância.

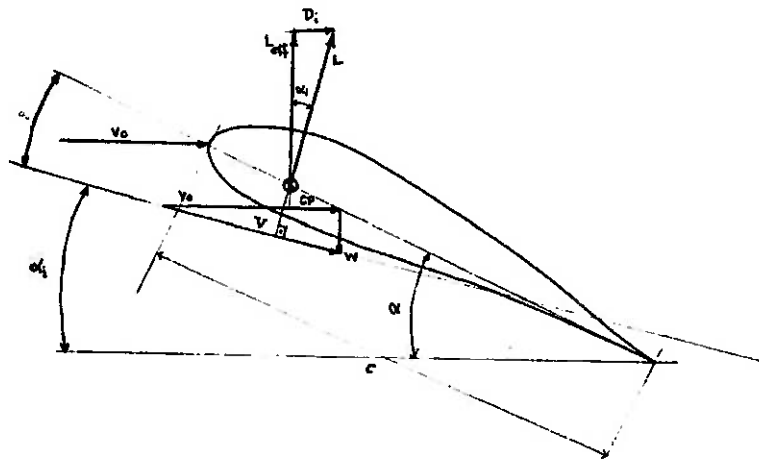


Figura 3.12: Efeitos causados pelo *downwash*.

O ângulo de ataque efetivo, devido ao efeito *downwash* fica:

$$\alpha_{ef} = \alpha_o - \alpha_i \quad (3.27)$$

Onde α_{ef} é o ângulo de ataque efetivo, α_o é o geométrico (original) e α_i é o induzido.

$$\alpha_i = \frac{w}{U_o} \rightarrow \alpha_{ef} = \alpha_o - \frac{w}{U_o} \quad (3.28)$$

As forças de sustentação e arrasto induzido são dadas por:

$$L(y) = \rho U_o \Gamma \quad (3.29)$$

$$D_i(y) = -L \alpha_i = -\rho w \Gamma \quad (3.30)$$

Pode-se perceber que as forças de sustentação e arrasto dependem da distribuição de circulação ao longo da direção y (envergadura).

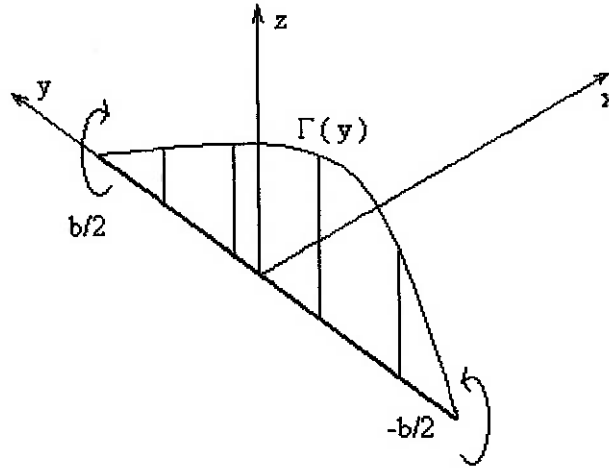


Figura 3.13: Esquema da distribuição genérica de circulação ao longo da envergadura de uma asa.

Um caso especial muito importante é a distribuição elíptica de circulação, esse tipo de distribuição fornece o mínimo arrasto induzido. No caso real, as distribuições de circulação em asas não possuem variações bruscas e possuem valor máximo (Γ_s) no plano de simetria ($y = 0$), portanto, não diferem muito da distribuição elíptica. Sendo assim, utilizando a distribuição elíptica, o resultado estará muito próximo do valor real.

Para uma distribuição elíptica de circulação ao longo da envergadura tem-se:

$$\Gamma = \Gamma_s \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2} \quad (3.31)$$

O ângulo de ataque induzido é constante ao longo de toda envergadura e é dado pela equação:

$$\alpha_i = -\frac{w}{U_o} = -\frac{\Gamma_s}{2bU_o} \quad (3.32)$$

A força de sustentação, por sua vez, é dada pela seguinte expressão:

$$L = \rho U_o \Gamma_s \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2} \quad (3.33)$$

e o coeficiente de sustentação C_L :

$$C_L = \frac{1}{1/2 \rho U_o^2 S} \int_{-b/2}^{b/2} L dy = \frac{\Gamma_s \pi b}{2 U_o S} \quad (3.34)$$

Comparando as equações (3.32) e (3.34) obtemos o valor do ângulo de ataque induzido em função do coeficiente de sustentação:

$$\alpha_i = \frac{C_L S}{\pi b^2} = \frac{C_L}{\pi A} \quad (3.35)$$

Onde $A = \frac{b^2}{S}$ é a chamada Razão de Aspecto da asa finita.

Como $D_i = -L \alpha_i$ temos que $C_{Di} = C_L \alpha_i$ e portanto:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A} \quad (3.36)$$

A equação (3.36) fornece o arrasto induzido mínimo.

O valor total do coeficiente de arrasto é a soma da parcela de arrasto quando C_L é nulo e da parcela de arrasto induzido (a parcela de atrito não é somada por se tratar de escoamento de fluido ideal):

$$C_{D_{total}} = C_{D0} + K \frac{C_L^2}{\pi A} \quad (3.37)$$

Onde $K = 1$ para distribuição elíptica de circulação (arrasto induzido mínimo) e $K > 1$ para distribuição real.

Para uma asa infinita (2D), ou seja, para um perfil de asa, temos $C_L = m_o \alpha_o$, onde $m_o = 2\pi$. Para asa finita (3D) temos $C_{L_{ef}} = m \alpha_{ef}$, pois $\alpha_{ef} = \alpha_o - \alpha_i$. Dessa forma, pode-se determinar m para uma asa finita e quantificar a influência do efeito *downwash* na sustentação.

$$\frac{C_{L_{ef}}}{m} = \frac{C_L}{m_o} - \alpha_i \rightarrow m = \frac{m_o}{1 - \frac{\alpha_i}{\alpha_o}} \quad (3.38)$$

Como:

$$\alpha_i = -\frac{C_L}{\pi A} \rightarrow m = \frac{m_o}{1 + \frac{m_o}{\pi A}} \quad (3.39)$$

e $m_o = 2\pi$, temos que o coeficiente de sustentação para uma asa finita é dado por:

$$C_{L_{ef}} = \frac{2\pi}{1 + \frac{2}{A}} \alpha_o \quad (3.40)$$

Analisando as equações (3.36; 3.37 e 3.40) fica evidente o problema que o efeito *downwash* causa ao desempenho de uma asa.

As possíveis soluções para a redução do efeito *downwash* são:

Aumentar a envergadura para aumentar a razão de aspecto da asa, conseqüentemente diminuir o arrasto induzido e diminuir a redução da sustentação.

Colocar uma barreira nas pontas da asa (*winglets*) para bloquear a circulação nas extremidades da asa, impedindo a formação dos vórtices de fuga e conseqüentemente diminuir os efeitos do *downwash*.

3.5.3. “Winglets”

Já foi visto neste capítulo que a diferença de pressão entre a parte inferior (maior pressão) e a parte superior de uma asa finita (menor pressão) causa uma circulação na ponta da extremidade livre da asa, essa circulação, associada ao escoamento uniforme do fluido gera os chamados vórtices de fuga, ou de ponta de asa. A presença desses vórtices cria uma componente vertical de velocidades, chamada *downwash*.

É exatamente essa componente vertical que reduz a sustentação e cria o arrasto induzido, piorando a performance das superfícies de sustentação.

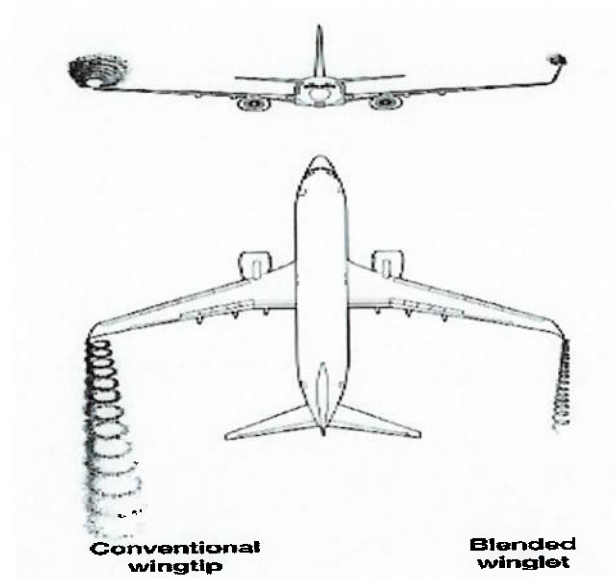


Figura 3.14: Comparação entre asas com e sem *winglets*.

Winglets são apêndices com perfis de asa (aerofólios) que se localizam na parte superior da extremidade livre da asa. Os *winglets* são utilizados para diminuir a energia gasta na formação de vórtices de ponta de asa, reduzindo o efeito *downwash* conforme mostrado na Figura 3.14. Isso causa redução do arrasto, por isso a demanda sobre o sistema propulsivo da aeronave é reduzida, diminuindo seu consumo de combustível.

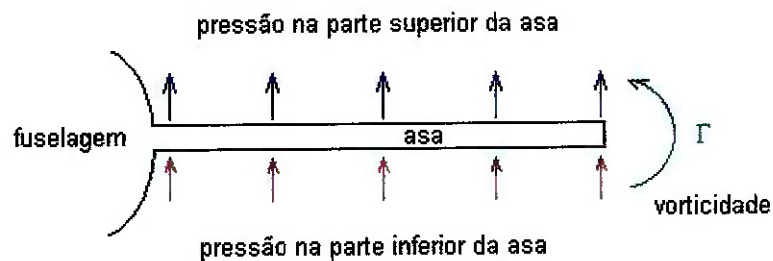


Figura 3.15: Formação de vórtices de fuga em asa sem *winglet* devido ao campo de pressão.

A Figura 3.15 mostra a formação dos vórtices de fuga na ponta de uma asa. Essa circulação, da parte inferior para parte superior da asa, é efeito da diferença de pressão na ponta da asa, onde, sem nenhuma barreira, o fluido (ar) pode circular a ponta da asa tendendo a ir para parte de cima da asa.

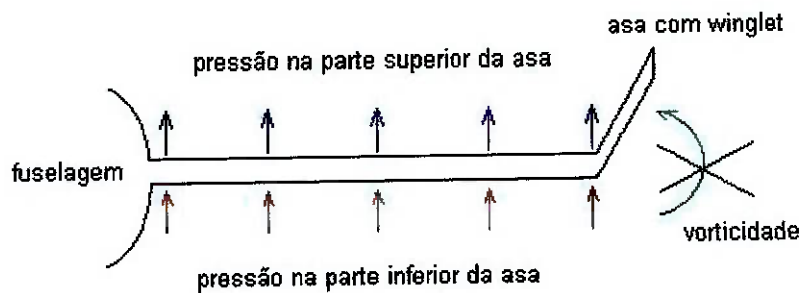


Figura 3.16: Efeito causado pelo *winglet* em uma asa.

Os *winglets*, portanto, são usados para formar uma barreira física ao escoamento de ar que tende a gerar a circulação na ponta da asa, tentando eliminar a geração de vórtices de fuga, conforme a Figura 3.16.

Pela teoria, os *winglets* seriam uma grande solução para o problema do *downwash*, mas os resultados práticos mostram que a redução do arrasto induzido em aeronaves comerciais é de, em média, 7 a 9%; um valor muito longe do esperado. Além disso, os *winglets*, se mal projetados, podem elevar os carregamentos sobre as asas, como por exemplo, o momento fletor na raiz da asa.

A influência dos *winglets* no desempenho das aeronaves, embora venha sendo estudada já a algum tempo, ainda não é um tema completamente compreendido, sendo merecedor de estudos mais aprofundados. O campo de pesquisa do tema é muito abrangente, incluindo desempenho aerodinâmico, influência nos carregamentos (forças, momentos) da aeronave e sua respectiva influência na estabilidade de voo.

4. Método dos Volumes Finitos

O método dos volumes finitos é um método numérico para a resolução das equações que regem um escoamento e também é chamado de discretização em volumes de controle. Este algoritmo começou a ser utilizado em problemas de mecânica dos fluidos computacional na década de 60, se destacando em relação aos demais métodos por possibilitar a modificação da forma e localização dos volumes de controle associados com um ponto da malha.

O método parte da geração de uma malha na região que se quer estudar. Cada nó desta malha é envolvido por um pequeno volume, que são denominados volumes de controle. Esses volumes não se interceptam e neles se faz um estudo das equações diferenciais que regem o fenômeno que será estudado, como, por exemplo, transferência de calor ou um escoamento. Nessas equações aplicamos a identidade com a expansão de Taylor e verificamos que as equações resultantes são consistentes com o balanço de calor e massa. A vantagem desse tipo de abordagem é a facilidade no entendimento e a facilidade na interpretação física. A equação diferencial é então integrada em cada volume de controle. Para cada volume então é definida uma função de ϕ , que é o parâmetro que se quer determinar, em relação ao tempo e espaço. Uma característica interessante deste método é que a solução garante a conservação integral de massa, momento e energia em um volume de controle e, por consequência, em um conjunto deles, seja qual for o número de pontos em questão.

É interessante observar as diferenças do método dos volumes finitos (MVF) com outros métodos numéricos mais comuns. O método dos elementos finitos (MEF) encontra soluções aproximadas para todos os pontos da região em questão, enquanto o método das diferenças finitas (MDF) encontra valores exatos para os nós da malha, mas não faz nenhuma consideração sobre pontos da região que não são nós, aproximando-se do que é observado em ensaios em laboratório, onde propriedades são medidas apenas em alguns pontos. O MVF utiliza o mesmo tipo de abordagem que o MDF, porém entre os pontos da malha é feita uma interpolação para que se tenha uma medida aproximada do valor das propriedades dos pontos que não são nós.

Problemas de mecânica dos fluidos são, via de regra, modelados por sistemas de equações não lineares, resolvidos em geral de forma seqüencial, onde acoplamentos delicados estão presentes. Para este tipo de formulação, é muito difícil provar matematicamente que uma aproximação numérica é estável e convergente. Por isso, são estabelecidas duas outras condições que, juntas, são necessárias e suficientes para que a solução seja convergente. São elas a consistência e estabilidade.

Um dos requisitos fundamentais de uma aproximação numérica é que ela reproduza a equação diferencial quando os tamanhos da malha espacial e temporal tendam a zero. Isto é, os erros de truncamento devem tender a zero quando a malha tender a um infinito número de pontos. A aproximação numérica que possuir essa característica é dita consistente. Todo modelo numérico desenvolvido a partir das equações na forma conservativa usando volumes finitos é consistente, como será visto adiante.

Outra característica importante desejada é que a solução numérica obtida seja a solução exata das equações discretizadas, ou seja, tenha estabilidade. Aqui, diversos fatores interferem, tais como erros de arredondamento de máquina, que vão se multiplicando e podem instabilizar a solução; dificuldades de tratamentos de acoplamentos entre as variáveis, fazendo com que algumas variáveis evoluam mais rapidamente que outras, provocando instabilidades, etc. A questão de estabilidade é o mais sério problema na obtenção da solução numérica, exatamente pela falta de conhecimento das características matemáticas das aproximações.

Para atender o requisito de consistência, o método dos volumes finitos baseia-se em quatro regras básicas, que devem ser obedecidas pelas equações de discretização, a fim de prover realismo físico e balanço completo:

• *Regra 1: Consistência nas faces do volume de controle.*

Quando uma face é comum a dois volumes de controle, o fluxo através dela deve ser representada pela mesma expressão nas equações de discretização de ambos.

• Regra 2: Coeficientes positivos.

Se uma variável de um nó vizinho aumenta, a do próprio nó deve aumentar também (e não diminuir). Esta regra garante a continuidade das funções analisadas e do meio material.

• Regra 3: Linearização negativa do termo de fonte.

Se houver um termo de fonte dentro da equação diferencial, e ele depender da variável em questão, esta dependência depois da linearização deve ser do tipo:

$$\bar{S} = S_c + S_p T_p \quad (4.1)$$

sendo \bar{S} o termo de fonte médio e T_p a variável dependente, com S_p obrigatoriamente não positivo. Caso contrário, o sistema apresentaria uma espécie de realimentação positiva, isto é, pensando em transferência de calor, quanto maior a temperatura do elemento mais calor é gerado. Isto é fisicamente irreal e matematicamente faz com que o método numérico divirja.

• Regra 4: Soma dos coeficientes vizinhos igual ao coeficiente do nó.

A equação gerada pela integração após a aplicação do MVF tem a seguinte forma:

$$a_p T_p = \sum a_{nb} T_{nb} + b \quad (4.2)$$

onde a_p é o coeficiente do nó, T_p é o valor da variável dependente no nó, a_{nb} são os coeficientes da vizinhança, T_{nb} o valor da variável dependente na vizinhança e b uma variável que inclui o termo de fonte. A regra em questão diz que $a_p = \sum a_{nb}$. Isto tem que ser verificado para que a equação encontrada valha para um valor T e também para um valor $T + c$, onde c é uma constante.

Após a aplicação do método nas equações diferenciais, recai-se num sistema de equações algébricas linear, que pode ser resolvido por métodos iterativos (Gauss-Seidel, sobre-relaxação, subrelaxação) ou eliminação de Gauss. No que diz respeito à metodologia de aplicação do método, o MVF se assemelha muito ao MEF com função peso igual a 1.

Os volumes de controle são definidos usando-se um esquema de armazenamento não escalonado, como mostrado na figura abaixo. Desse modo, todas as variáveis são armazenadas no centro da célula do volume de controle e o mesmo volume de controle é utilizado para a integração de todas as equações de conservação.

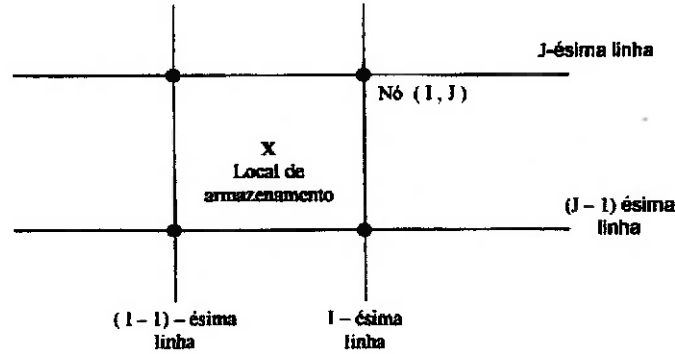


Figura 4.1: Esquema de armazenamento no volume de controle.

A integração das equações diferenciais será mostrada para um conjunto de equações no caso unidimensional, sendo que estas podem ser facilmente estendidas para o caso bidimensional ou tridimensional. Sejam as equações diferenciais para continuidade e conservação de momento em regime permanente, desprezando-se a força gravitacional e sem termos de fonte, que é o caso do presente estudo:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + F \quad (4.4)$$

Essas equações podem ser integradas no volume de controle empregando-se o Teorema da Divergência:

$$\int_V \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dV = \int_A \rho u dA \quad (4.5)$$

A integração das eqs. (4.3) e (4.4) resulta no seguinte:

$$J_e - J_w = 0 \quad (4.6)$$

$$J_e \cdot u_e - J_w \cdot u_w = -(p_e - p_w)A + F \cdot \Delta V \quad (4.7)$$

As eqs. (4.6) e (4.7) são equações algébricas que podem ser resolvidas dado que as variáveis indeterminadas u e p são interpoladas de uma maneira que relaciona seus valores nas faces do volume de controle aos valores no centro do volume. O procedimento de discretização se baseia no esquema ilustrado na figura abaixo:

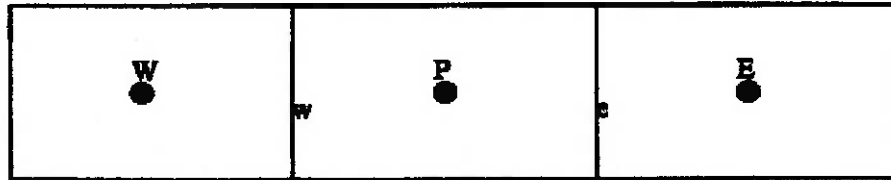


Figura 4.2: Esquema dos volumes de controle para discretização.

A solução das equações expressas acima requer o cálculo da pressão nas faces do volume de controle (p_e e p_w), que se determine o fluxo nas faces (J_e e J_w) e a interpolação para relacionar os valores nas faces com o valor da incógnita u com os valores nos centros dos volumes de controle.

O fluxo nas faces são obtidos de tal forma que as velocidades na face obedecem a um balanço médio do momento. Já as pressões nas faces são obtidas de tal forma que as velocidades armazenadas no centro das células obedece ao balanço de massa.

4.1. Métodos de Resolução

Dentro do método dos volumes finitos pode-se escolher dois métodos de resolução, o segregado e o acoplado. O processo de discretização é idêntico para os dois, porém a abordagem usada para linearizar e resolver as equações discretizadas é diferente.

Segregada:

As equações são resolvidas separadamente e em sequência. Por que as equações governantes são não-lineares e acopladas, são necessárias iterações do ciclo de resolução para que uma solução convergente seja encontrada. Cada iteração consiste nos passos ilustrados na Figura 4.3:

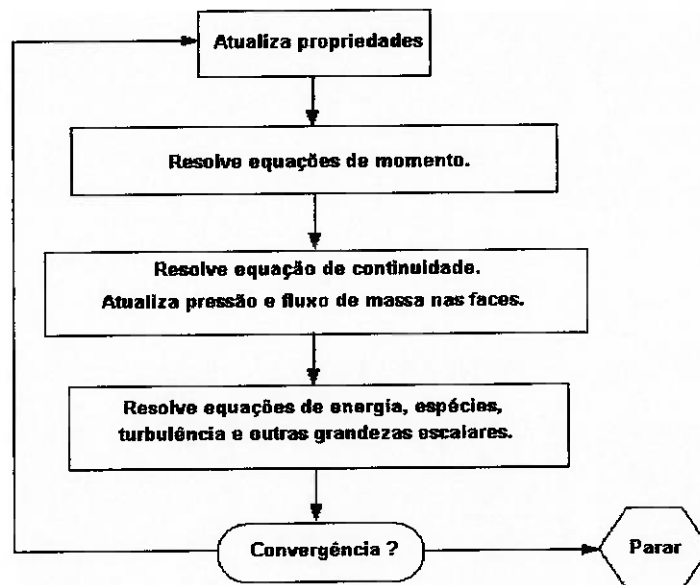


Figura 4.3: Passos da iteração para a resolução segregada.

Para utilizar este método fazem-se necessários cálculos adicionais para interpolação de pressão e acoplamento pressão velocidade. Os métodos de acoplamento pressão-velocidade são SIMPLE e SIMPLEC para regimes permanentes e PISO para transitórios. A interpolação de pressão pode ser do tipo linear, de segunda ordem, ponderada por forças de corpo, e PRESTO (PREssure STaggering Option).

Por último, vale ressaltar que é possível ajustar os fatores de sub-relaxação.

Acoplada:

As equações de continuidade, momento, energia e transporte de espécies são resolvidas simultaneamente, sendo que as duas últimas podem não estar presentes, conforme a modelagem do problema. Equações para grandezas adicionais são resolvidas seqüencialmente.

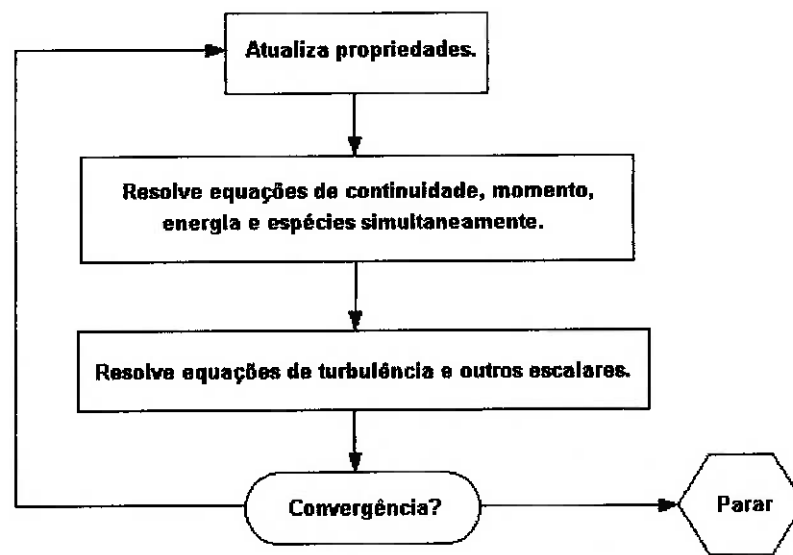


Figura 4.4: Passos das iterações da resolução acoplada.

Para este método de resolução podemos ajustar o número de *Courant*, que controla a discretização no tempo para resolução acoplada.

Voltando ao caso geral, estão disponíveis no software a ser utilizado quatro esquemas de discretização:

- Primeira ordem (escoamento alinhado com a malha),
- segunda ordem (escoamentos complexos),
- *Power Law* (mesma acurácia do esquema de primeira ordem),
- QUICK (escoamentos rotativos com malhas quadrilaterais e hexaedrais).

Para a linearização na resolução acoplada, os métodos implícito e explícito podem ser utilizados. No método implícito, os valores dos nós vizinhos que são conhecidos e que não são conhecidos são utilizados para a formulação de um sistema de equações. No método explícito, o valor de uma grandeza para determinado nó é calculado utilizando somente os valores da mesma grandeza para os vizinhos onde o valor é conhecido.

4.2. Discretização das Equações

A discretização das equações governantes pode ser ilustrada facilmente considerando uma equação de conservação para regime permanente de uma quantidade escalar ϕ . Esta equação está escrita adiante na sua forma integral, para um volume de controle V arbitrário:

$$\oint \rho \phi \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = \oint \Gamma_{\phi} \nabla \phi \cdot d\mathbf{A} + \int S_{\phi} dV \quad (4.8)$$

ρ = densidade

\mathbf{v} = vetor velocidade

\mathbf{A} = vetor área da superfície

Γ_{ϕ} = coeficiente de difusão para ϕ

$\nabla \phi$ = gradiente de ϕ

S_{ϕ} = fonte de ϕ por unidade de volume

A eq. (4.8) é aplicada para cada volume de controle no domínio computacional. A célula triangular bidimensional mostrada na Figura 4.5 é um exemplo de volume de controle. A discretização da eq. (4.8) numa dada célula resulta em:

$$\sum_f^{N_{faces}} p_f \phi_f A_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_{\phi} (\nabla \phi)_n A_f + S_{\phi} V \quad (4.9)$$

N_{faces} = número de faces da célula

ϕ_f = valor de ϕ convectado através da face f

p_f = fluxo de massa através da face f

A_f = área da face f

$(\nabla \phi)_n$ = magnitude de $\nabla \phi$ normal à face f

V = volume da célula

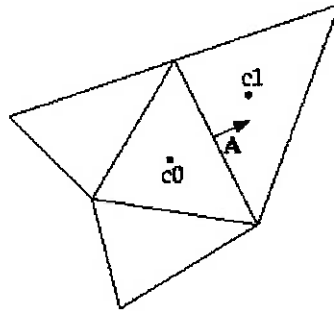


Figura 4.5: Volume de controle utilizado para ilustrar a discretização da equação de transporte de uma grandeza escalar.

O software utilizado, Fluent 6.1, armazena valores discretos do escalar ϕ nos centros das células ($c0$ e $c1$ na Figura 4.5), de acordo com um arranjo que chamamos de co-localizado. No entanto, os valores de face ϕ_f fazem parte dos termos de convecção na eq. (4.9) e precisam ser interpolados dos valores dos centros. Isto é conseguido utilizando esquemas *upwind*.

Este tipo de esquema significa que ϕ_f é derivada de quantidades da célula à montante, com relação à velocidade normal na face. Fluent 6.1 disponibiliza quatro esquemas *upwind*. São eles:

- Upwind de primeira ordem:

Quando este esquema é selecionado, as quantidades nas faces das células são determinadas através da assunção de que os valores de qualquer grandeza nos centros representam um valor médio que pode ser tomado na célula inteira. Assim, os valores nas faces são idênticos aos valores nos centros das células à montante dessas faces.

- Power Law:

Este esquema interpola ϕ_f usando a solução exata para a equação de convecção-difusão unidimensional:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.10)$$

onde Γ e ρu são constantes no intervalo ∂x . A eq. (4.10) pode ser integrada, resultando na seguinte expressão que relaciona ϕ com x :

$$\frac{\phi(x) - \phi|_{x=0}}{\phi|_{x=L} - \phi|_{x=0}} = \frac{\exp\left(Pe \frac{x}{L}\right) - 1}{\exp(Pe) - 1} \quad (4.11)$$

onde Pe é o número de Peclet, dado pela expressão:

$$Pe = \frac{\rho u L}{\Gamma} \quad (4.12)$$

A variação de $\phi(x)$ entre $x=0$ e $x=L$ está mostrada na figura XX para uma faixa de números de *Peclet*. Vê-se nesta figura que, para Pe elevado, o valor de ϕ em $x=L/2$ é aproximadamente igual ao valor na célula à montante. Isto indica que quando o fenômeno estudado é dominado pela convecção, a interpolação resultante é equivalente ao esquema *upwind* de primeira ordem.

Fluent 6.1 utiliza a eq. (4.11) num formato de lei de potências equivalente para interpolar os valores nas faces.

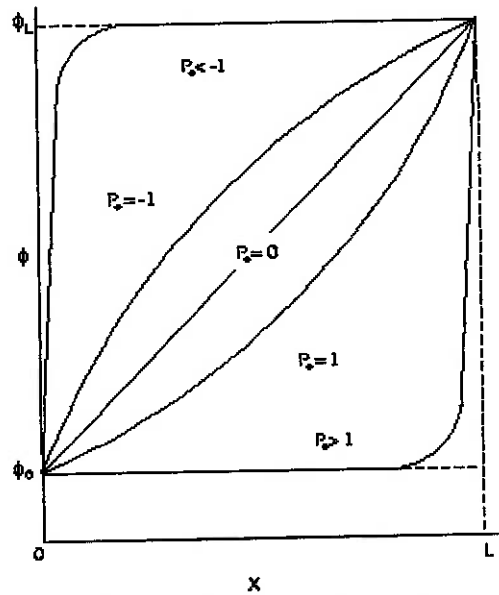


Figura 4.6: Variação de ϕ entre $x=0$ e $x=L$.

- Upwind de segunda ordem:

Quando este esquema é utilizado, as quantidades nas faces das células são computadas utilizando-se uma reconstrução multidimensional linear. Nesta abordagem, uma precisão de ordem mais elevada é conseguida nas faces das células através da expansão em série de Taylor dos valores armazenados (valores centrais) em torno do centro de massa da célula. Por conseguinte, ϕ_f é calculado segundo a expressão:

$$\phi_f = \phi + \nabla \phi \cdot \Delta s \quad (4.13)$$

onde ϕ e $\nabla \phi$ são o valor da grandeza escalar e seu gradiente no centro da célula à montante, respectivamente, e Δs é o vetor deslocamento do baricentro da célula para o baricentro da face. Esta formulação requer a determinação do gradiente $\nabla \phi$ em cada célula. Este gradiente é calculado utilizando-se o teorema do divergente, cuja forma discreta é escrita da seguinte maneira:

$$\nabla \phi = \frac{1}{V} \sum_f^{N_{faces}} \tilde{\phi}_f \mathbf{A} \quad (4.14)$$

Aqui o valor $\tilde{\phi}_f$ é igual à média de ϕ das duas células adjacentes à face. Por fim, limita-se o valor de $\nabla \phi$ de modo que o valor de ϕ_f calculado não ultrapasse os valores mínimo e máximo calculados para os centros.

Os termos de difusão na eq. (4.9) são discretizados pelo esquema de diferenças centrais e por isso tem sempre uma precisão de segunda ordem.

A equação de transporte de grandeza escalar (eq. (4.9)) tem como incógnitas o valor de ϕ no centro da célula assim como nas células vizinhas. Esta equação geralmente será não-linear em relação a estas variáveis. Uma forma linearizada da eq. (4.9) pode ser escrita da seguinte forma:

$$a_P \phi = \sum_{viz} a_{viz} \phi_{viz} + b \quad (4.15)$$

onde o índice *viz* se refere às células vizinhas, e a_P e a_{viz} são os coeficientes linearizados de ϕ e ϕ_{viz} .

O número de vizinhos para cada célula depende da topologia da malha, mas será geralmente igual ao número de faces do contorno da célula, sendo que as células de fronteira são as exceções a essa regra.

Equações desse tipo são escritas para cada célula da malha. Isto resulta num conjunto de equações algébricas com uma matriz de coeficientes esparsa. Para equações escalares, Fluent 6.1 resolve o sistema linear resultante usando o algoritmo iterativo de *Gauss-Seidel* em conjunto com um método algébrico multimalha (AMG), que será descrito adiante.

Por causa da não-linearidade das equações, é necessário controlar a variação de ϕ . Este controle é tipicamente feito através de *subrelaxação*, que reduz a mudança de ϕ produzida durante cada iteração. O novo valor da variável ϕ em uma célula depende do valor da iteração anterior, ϕ_{old} , a mudança computada em ϕ , $\Delta\phi$, e o fator de subrelaxação, α , como segue:

$$\phi = \phi_{old} + \alpha\Delta\phi \quad (4.16))$$

Do mesmo modo que as grandezas escalares que são convectadas e difundidas, as pressões nas faces também precisam ser interpoladas dos valores centrais. Seguem os esquemas de interpolação de pressão utilizados pelo Fluent 6.1:

- Esquema Padrão:

Neste esquema, os valores de pressão são interpolados nas faces usando-se os coeficientes da equação de momento. Este procedimento dá bons resultados na medida em que a variação de pressão entre os centros das células seja suave. Se existem descontinuidades ou grandes gradientes nos termos de fonte de momento entre os volumes de controle, o perfil de pressão tem um alto gradiente na face da célula, e não pode ser interpolado utilizando-se este esquema, pois seu uso levaria ao aparecimento de picos e vales de velocidade fisicamente irreais.

Uma fonte de erro importante é o fato de que Fluent 6.1 assume que o gradiente normal de pressão na parede é nulo. Isto é válido para camadas limite, mas não na presença de forças de corpo ou curvatura. A falha do cálculo nesse caso é manifestada através do aparecimento de vetores de velocidades com componente na direção normal à parede.

- Linear:

Este esquema calcula a pressão na face do elemento como sendo a média dos valores de pressão nos centros das células adjacentes.

- Segunda Ordem:

Este esquema reconstrói a pressão utilizando a mesma formulação apresentada para a interpolação do tipo *upwind* de segunda ordem para termos convectivos. É um método mais acurado do que os esquemas anteriores, mas pode apresentar problemas de convergência se utilizado no começo dos cálculos ou com uma malha disforme.

- Ponderação pela força de corpo:

Este esquema computa as pressões nas faces admitindo que o gradiente normal da diferença entre a pressão e a força de corpo é constante. Funciona bem se as forças de corpo são conhecidas a priori nas equações de momento.

- PRESTO (PREssure Staggering Option):

Utiliza um balanço discreto de continuidade para um volume de controle na face para computar a pressão desta mesma face. O procedimento é similar aos esquemas de malha escalonada utilizados para casos estruturados.

5. Escoamento Turbulento

As simulações numéricas deste trabalho foram realizadas em duas etapas, a primeira para fluido ideal resolvendo a Equação de Euler e a segunda para fluido newtoniano resolvendo a Equação de Navier-Stokes com modelo de Spalart-Allmaras para escoamento turbulento.

Este modelo foi escolhido para este estudo pois foi criado especificamente para problemas aeroespaciais envolvendo escoamentos ao redor de corpos afilados e proporciona bons resultados para camada-limite sujeitas a um gradiente de pressão adverso. Nesta seção será apresentado os fundamentos deste modelo de turbulência.

Para escoamentos turbulentos, as equações de conservação das quantidades diferem daquelas para escoamento laminar a fim de descrever as flutuações turbulentas de velocidade e quantidades escalares. Vai ser apresentado um procedimento (média no tempo) e um modelo para fechar o conjunto de equações que regem o comportamento do fluido.

5.1. Média de Reynolds das Equações de Conservação

Pegando como exemplo uma equação genérica de transporte para uma quantidade escalar ϕ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \cdot u_i \cdot \phi) = D_\phi + S_\phi \quad (5.1)$$

O valor de ϕ em um escoamento turbulento é composto por um valor médio e uma parcela flutuante: $\phi = \bar{\phi} + \phi'$, sendo a parcela média definida como:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi \cdot dt \quad (5.2)$$

Δt é uma escala de tempo de ordem superior à das flutuações turbulentas.

Flutuações turbulentas são ditas randômicas, tal que:

$$\phi' = 0 \quad (5.3)$$

Aplicando-se esta técnica a equação de conservação de ϕ , chega-se ao seguinte resultado:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \cdot \bar{\phi}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \cdot \bar{u}_i \cdot \bar{\phi}) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \cdot \overline{u'_i \cdot \phi'}) + \bar{D}_\phi + \bar{S}_\phi \quad (5.4)$$

Desse modo as equações de conservação agora apresentam valores médios e um novo termo contendo a correlação $\overline{u'_i \cdot \phi'}$ que multiplicada pela massa específica representa a “difusão” de ϕ devido à flutuações turbulentas.

A equação para conservação da quantidade de movimento para o caso turbulento terá a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \cdot u_i \cdot u_j) = & -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho \cdot g_i + F_i \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j}) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Que tem a mesma forma que a equação fundamental da conservação da quantidade de movimento, com as velocidades representando valores médios no tempo e o efeito da turbulência incorporado através das “Tensões de Reynolds”, $-\rho \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j}$, que é um tensor simétrico de segunda ordem que possui seis únicos termos.

A tarefa principal dos modelos de turbulência é prover equações ou modelos de fechamento que propiciem valores para essas correlações.

5.2. Hipótese de Boussinesq

As Tensões de Reynolds são assumidas proporcionais aos gradientes médios de velocidades, tendo como constante de proporcionalidade a viscosidade turbulenta, μ_t ,

$$\rho \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j} = \rho \frac{2}{3} k \cdot \delta_{ij} - \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij} \quad (5.6)$$

5.3. Modelo de Spalart-Allmaras

Nos modelos de turbulência que empregam a Hipótese de Boussinesq, a questão principal é como a viscosidade turbilhonar é calculada. O modelo proposto por Spalart-Allmaras resolve uma equação de transporte para uma quantidade escalar que é uma forma modificada da viscosidade cinemática turbulenta.

5.3.1. Equação de transporte

A variável transportada no modelo de Spalart-Allmaras, $\tilde{\nu}$, é idêntica à viscosidade cinemática turbulenta exceto nas regiões próximas à parede (*near-wall region*). A equação de transporte para $\tilde{\nu}$ é:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\tilde{\nu}u_j) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2} \rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \quad (5.7)$$

onde G_ν é a produção de viscosidade turbulenta e Y_ν é a destruição de viscosidade turbulenta que ocorrem nas regiões próximas à parede, devido ao bloqueio da parede e ao amortecimento da viscosidade. $\sigma_{\tilde{\nu}}$ e C_{b2} são constantes e ν é a viscosidade cinemática molecular. $S_{\tilde{\nu}}$ é o termo fonte.

5.3.2. Modelagem da Viscosidade Turbulenta

A viscosidade turbulenta, μ_t , é calculada de:

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{v1} \quad (5.8)$$

onde a função de amortecimento (*damping*) viscoso, f_{v1} , é dada por:

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3} \quad (5.9)$$

$$\text{onde } \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (5.10)$$

5.3.3. Modelagem da Produção de Turbulência

O termo de produção, G_v , é modelado por:

$$G_v = C_{b1} \rho \tilde{S} \tilde{v} \quad (5.11)$$

onde:

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{v}}{k^2 d^2} f_{v2} \quad (5.12)$$

com:

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (5.13)$$

C_{b1} e k são constantes, d é a distância da parede, e S é uma medição escalar do tensor de deformação. S é baseada na magnitude da vorticidade:

$$S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (5.14)$$

onde Ω_{ij} é o tensor rotação ($1/2 \text{ rot}(u_i)$):

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.15)$$

5.3.4. Modelagem da Destruição de Turbulência

O termo de destruição de turbulência é modelado por:

$$\gamma_v = C_{\omega 1} \rho f_{\omega} \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (5.16)$$

onde:

$$f_{\omega} = g \left[\frac{1 + C_{\omega 3}^6}{g^6 + C_{\omega 3}^6} \right]^1 \quad (5.17)$$

$$g = r + C_{\omega 2} (r^6 - r) \quad (5.18)$$

$$r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} k^2 d^2} \quad (5.19)$$

C_{w1} , C_{w2} e C_{w3} são constantes.

5.3.5. Constantes do Modelo

As constantes do modelo de Spalart-Allmaras são: C_{b1} , C_{b2} , $\sigma_{\tilde{\nu}}$, C_{v1} , C_{w1} , C_{w2} , C_{w3} e k , e seus valores são:

$$C_{b1} = 0.1335, C_{b2} = 0.622, \sigma_{\tilde{\nu}} = \frac{2}{3}, C_{v1} = 7.1$$

$$C_{\omega1} = \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma_{\tilde{\nu}}}, C_{\omega2} = 0.3, C_{\omega3} = 2.0, k = 0.4187$$

5.3.6. Condição para Parede

Nas paredes, a viscosidade cinemática turbulenta modificada, $\tilde{\nu}$, é imposta nula.

6. Malhas Computacionais

6.1. Geometria do Problema

A geometria estudada foi criada com o intuito de simular um ensaio em túnel de vento, apresentando, por sua vez, uma asa trapezoidal de perfil simétrico com ou sem *winglets* inserida numa tubulação retangular, de dimensões: $\Delta x = 30$ m, $\Delta y = 16$ m e $\Delta z = 16$ m, onde ocorrerá o escoamento. Para a geração das malhas computacionais foi utilizada apenas metade da geometria original aproveitando a simetria do problema e reduzindo o tempo (custo) computacional das simulações. A Figura 6.1 mostra a geometria em questão e a Figura 6.2 mostra a geometria utilizada para geração das malhas (metade da geometria original).

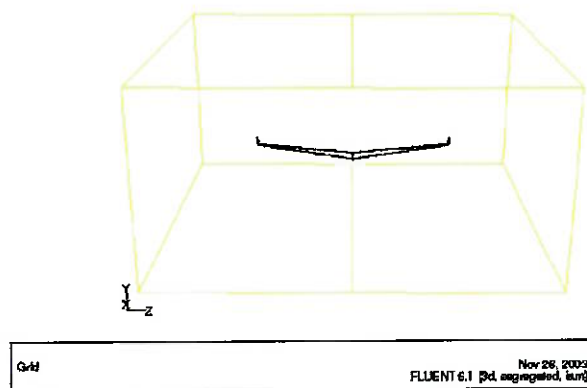


Figura 6.1: Geometria usada para simulação numérica de ensaio em túnel de vento.

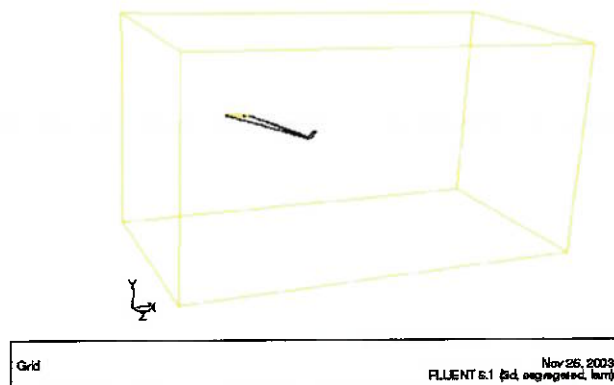


Figura 6.2: Geometria utilizada para geração das malhas (Simetria).

Aspectos de projeto de asas como restrições estruturais, busca de um alto valor de $C_{L\text{ máx}}$ através do design do perfil, prevenção de formação de onda de choque através do formato da asa, não fazem parte do escopo deste trabalho, pois a finalidade do mesmo é fazer uma análise qualitativa da influência dos *winglets* sobre os coeficientes de arrasto e sustentação de uma asa. Por isso foi utilizada uma configuração simples de asa, com perfil simétrico. Os aspectos geométricos da asa estudada são mostrados pela Figura 6.3, são eles:

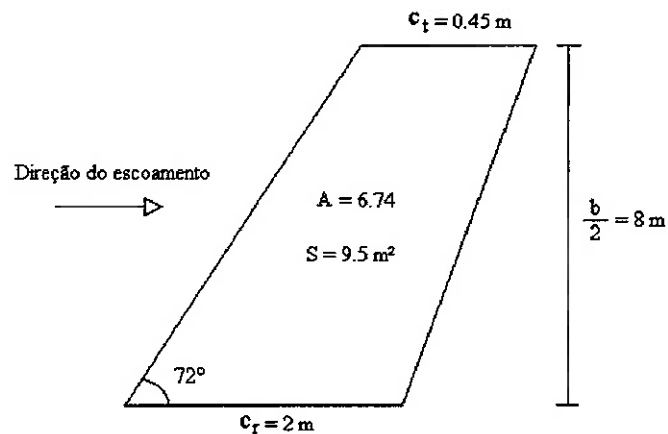


Figura 6.3: Aspectos geométricos da asa estudada.

- Razão de Aspecto (A) = 6.74
- Área da vista superior (S) = 9.5 m²
- Semi-Envergadura ($b/2$) = 8 m
- Corda da raiz (c_r) = 2 m
- Corda da ponta (c_t) = 0.45 m

A configuração geométrica dos *winglets* foi estabelecida conforme o artigo técnico [1]. As Figuras 6.4 e 6.5 mostram as seções típicas e geometria típica para *winglets*, respectivamente.

Neste trabalho foi utilizado um perfil simétrico tanto para asa como para os *winglets* para proporcionar o fechamento da malha tridimensional.

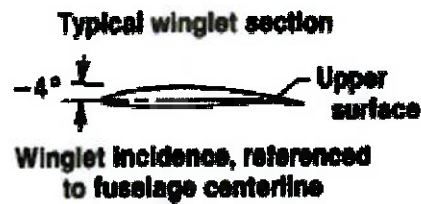


Figura 6.4: Perfil típico de *winglets*.

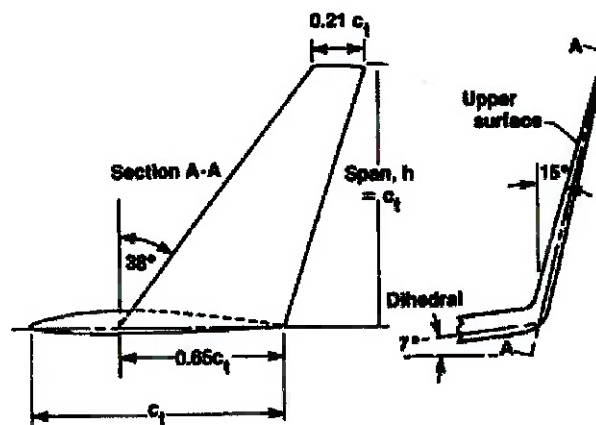


Figura 6.5: Geometria de *winglets* em função da corda de ponta de asa.

Uma observação que deve ser comentada é a utilização do perfil simétrico. O embora o perfil simétrico piore a eficiência da sustentação, este estudo é apenas qualitativo, ou seja, o resultado principal não é o valor dos coeficientes aerodinâmicos da asa e sim a comparação destes coeficientes para a asa com e sem *winglets*.

6.2. Condições de Contorno do Problema

Conforme já explicado anteriormente, a geometria adotada visa simular um ensaio em túnel de vento, por isso, as condições de contorno do problema devem ser ajustadas para tal proposta.

A Figura 6.6 mostra as condições de contorno utilizadas para as simulações no software Fluent 6.1, são elas:

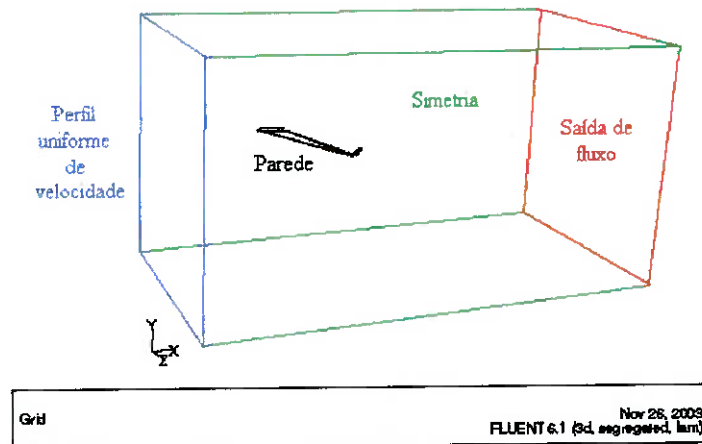


Figura 6.6: Condições de Contorno do problema.

- *Perfil Uniforme de Velocidade*: é a velocidade do escoamento incidente U_0 na direção x (sentido do escoamento). Nesta face o campo de velocidade é imposto constante e $(u,v,w) = (U_0,0,0)$.

- *Saída de Fluxo*: é a face de saída do escoamento, de forma que toda a vazão mássica que entra pela face de perfil uniforme de velocidade saia por esta face.

- *Simetria*: Esta condição impõe velocidade normal nula a face de simetria.

- *Parede*: As superfícies da asa foram definidas como parede, onde o campo de velocidade é nulo, $(u,v,w) = (0,0,0)$.

6.3. Malhas Geradas

Foram geradas, ao todo, seis malhas, três condições de ângulo de ataque (0° , 4° e 8°) para asa sem *winglets* e mais três para as mesmas condições de ângulo de ataque para asa com *winglets*. Como a rotação da asa para estabelecimento do ângulo de ataque foi pequena, o número de elementos das malhas foi praticamente o mesmo: 560000 elementos tetraédricos.

Todas as malhas possuem um refinamento próximo à asa, onde o espaçamento na região ao longe da asa é de 2.5 m, 0.03 m (3 cm) na superfície da asa e 0.008 m (8 mm) na ponta da asa e nos *winglets*.

As malhas geradas para realização das simulações serão mostradas a seguir.

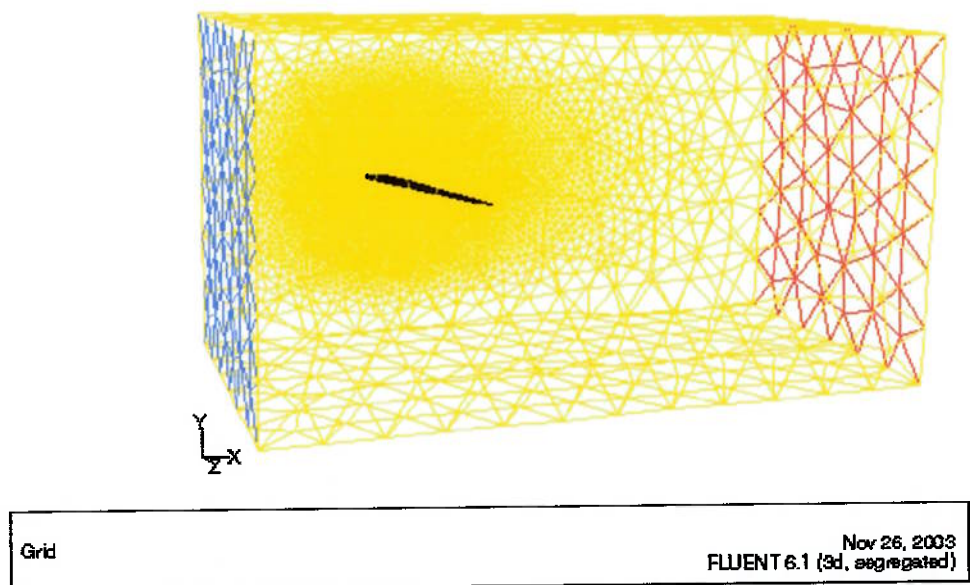


Figura 6.7: Malha para asa sem *winglet*.

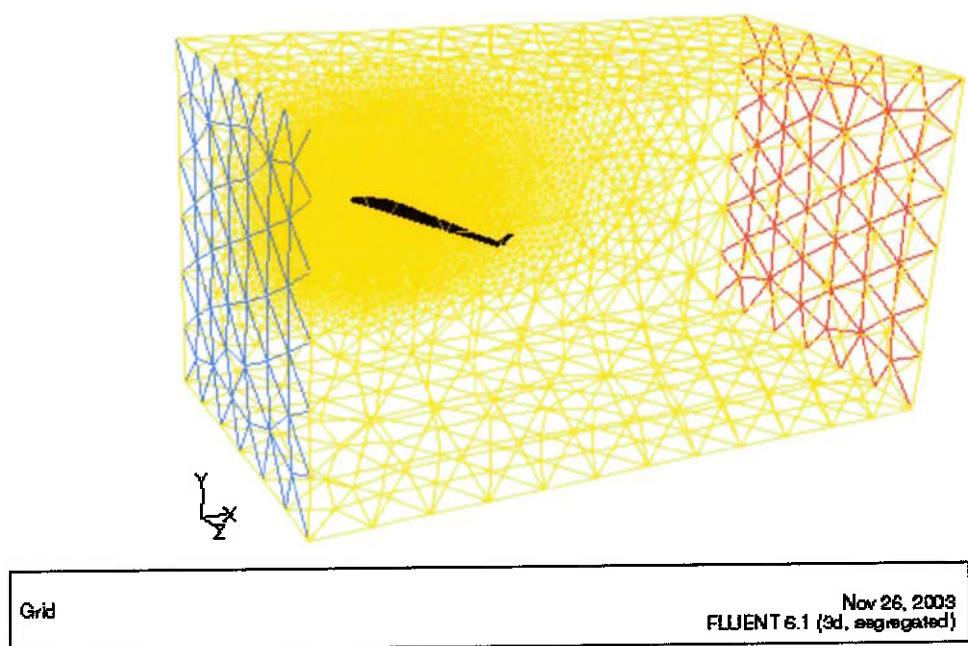


Figura 6.8: Malha para asa com *winglet*.

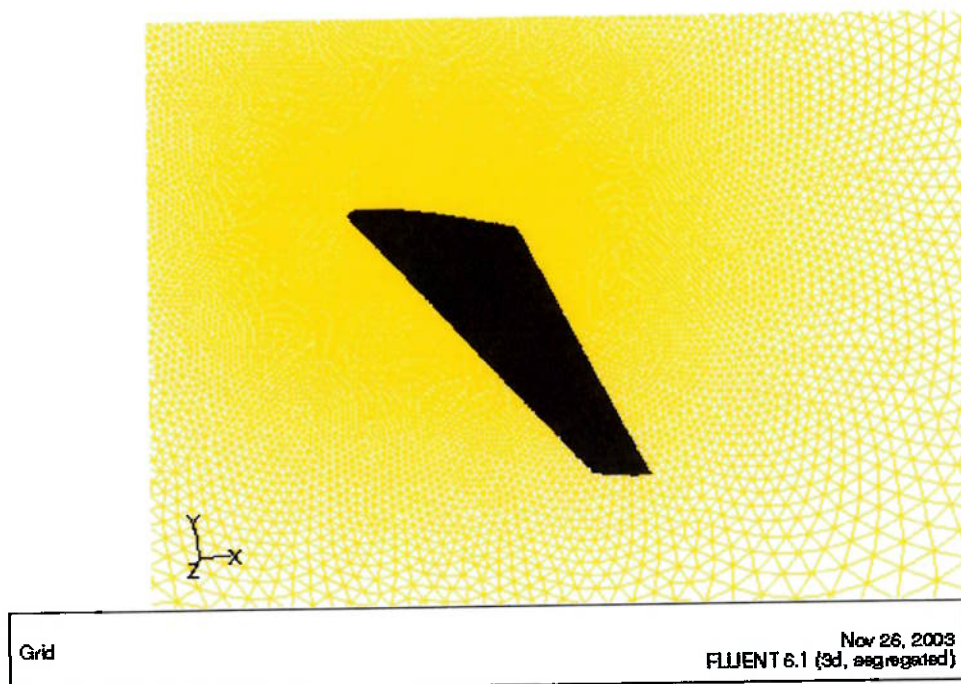


Figura 6.9: Detalhe da malha na região próxima à asa sem *winglet*.

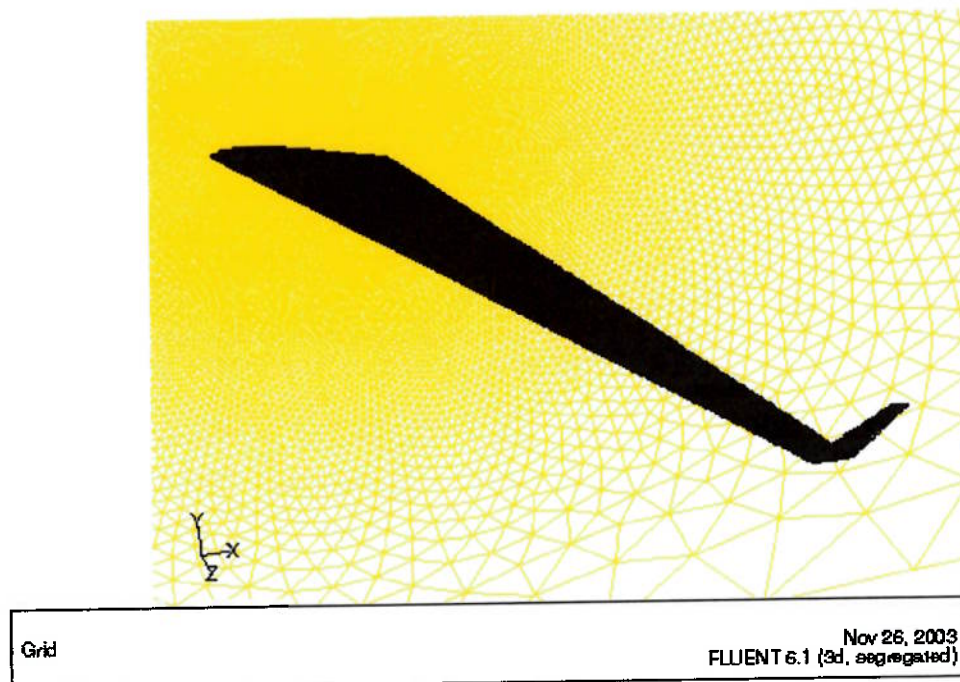


Figura 6.10: Detalhe da malha na região próxima à asa com *winglet*.

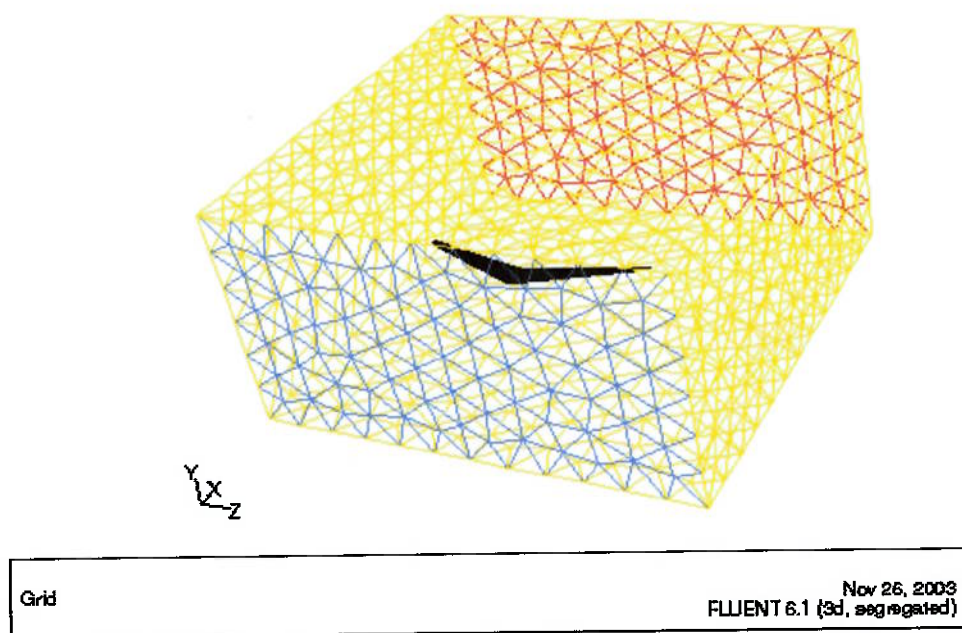


Figura 6.11: Malha sem utilização da simetria do problema para asa sem *winglet*.

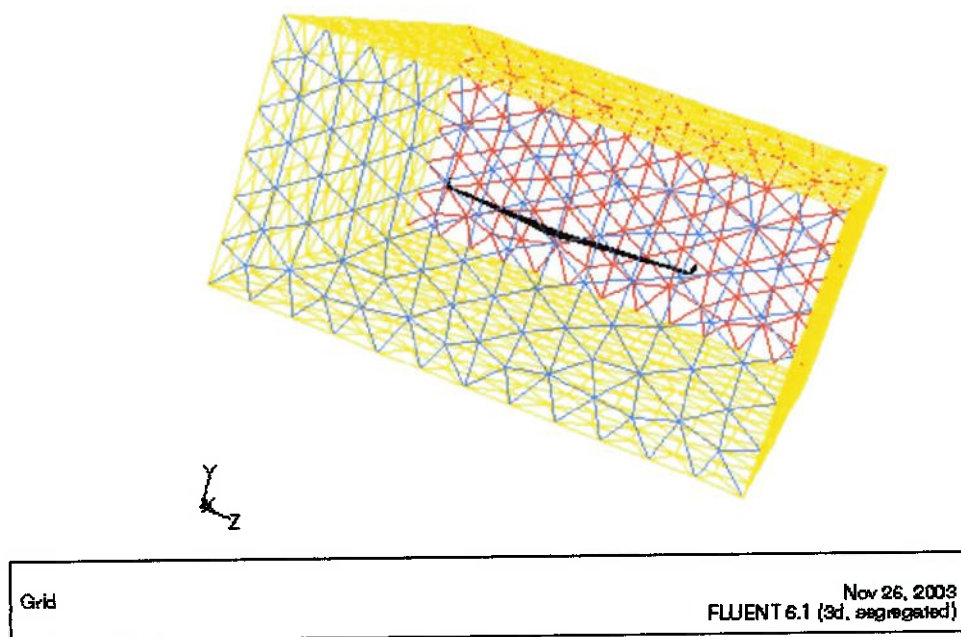


Figura 6.12: Malha sem utilização da simetria do problema para asa com *winglet*.

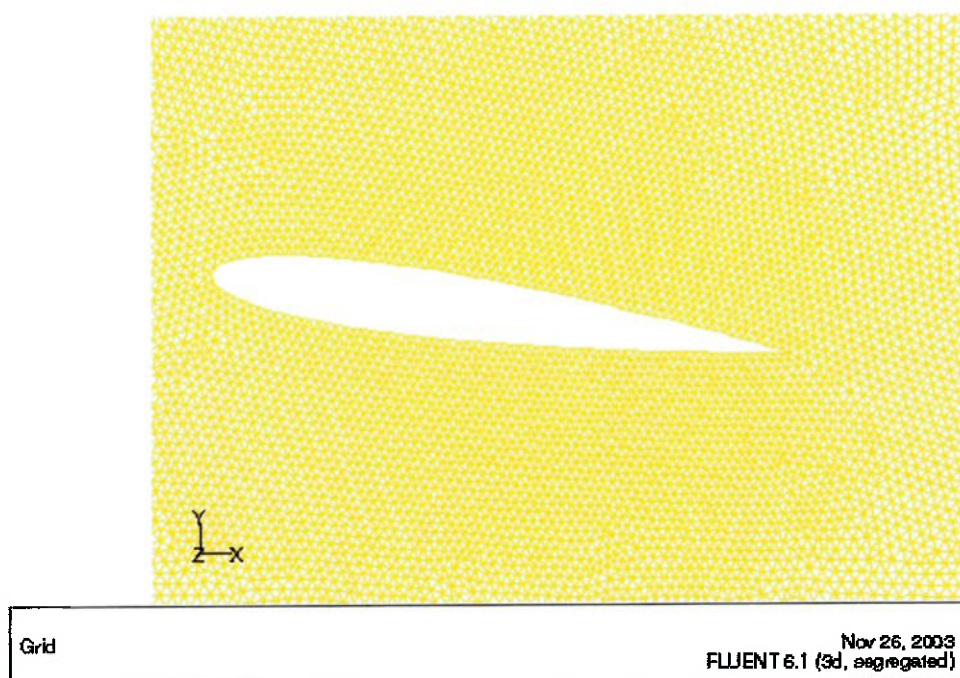


Figura 6.13: Detalhe da malha ao redor do perfil de raiz das asas.

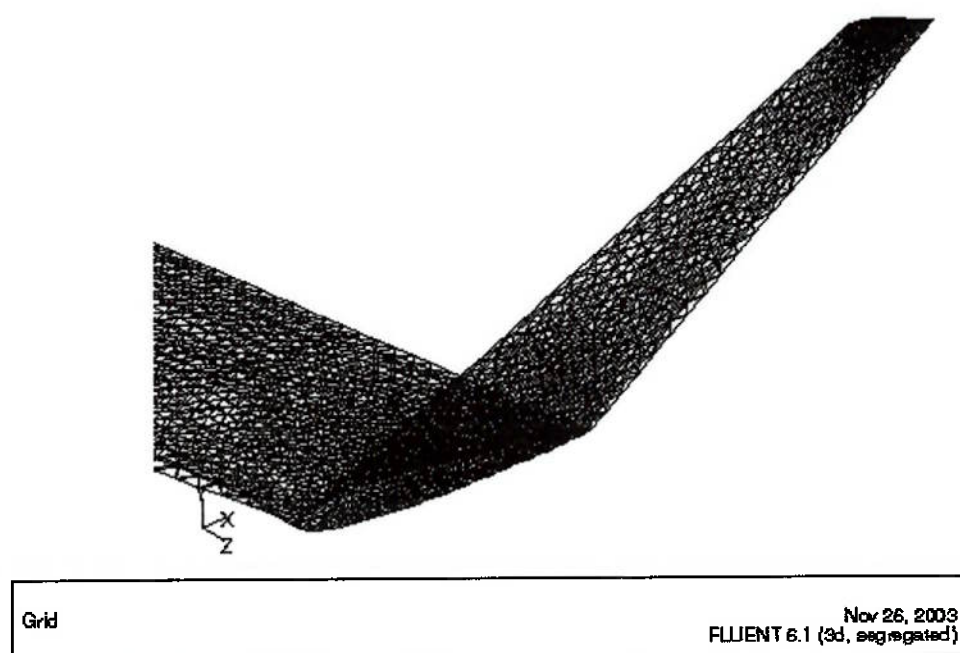


Figura 6.14: Detalhe da malha da superfície do *winglet*.

7. Simulações Numéricas

As simulações realizadas podem ser divididas em duas categorias, simulações utilizando o Modelo de Escoamento Invíscido (Equação de Euler) e simulações utilizando o Modelo de Escoamento Viscoso de Fluido Newtoniano (Equação de Navier-Stokes) com modelo de turbulência de Spalart-Allmaras.

Em todas as categorias foram levantadas curvas de arrasto, arrasto induzido e sustentação em função do ângulo de ataque e também as polares de arrasto. Foram colocadas juntas as curvas da asa sem *winglets* e da asa com *winglets*, no mesmo gráfico, de forma a se comparar as performances das duas configurações e avaliar o nível de influência desses apêndices nos coeficientes aerodinâmicos da asa.

Nas simulações da segunda categoria (Navier-Stokes) foram incluídos as curvas de arrasto viscoso e razão de aspecto equivalente devido à presença dos *winglets* em função do ângulo de ataque.

O critério de convergência utilizado em todos os casos, salvo indicação contrária, foi do valor residual ser mais baixo do que 0,001 para continuidade e para as três direções de velocidade e, no caso de escoamento turbulento, para a viscosidade cinemática turbulenta. A convergência ocorreu após 180 iterações, em média, para todas as categorias de simulações.

7.1. Simulações Utilizando a Equação de Euler

As condições, métodos, modelos e hipóteses das simulações foram:

- Escoamento tridimensional (3D).
- Regime Permanente.
- Fluido ideal (incompressível e não-viscoso): ar.
- Escoamento sem troca de calor.
- Método dos Volumes Finitos para discretização das equações diferenciais parciais que regem o escoamento, utilizando a função de interpolação UpWind de 2ª ordem.

- Algoritmo SIMPLE para tratamento do acoplamento Pressão-Velocidade.
- Método Segregado de solução, resolvendo os sistemas lineares um a um.
- Pressão atmosférica nula, assim, o campo de pressões é calculado em pressão efetiva, não total.
- Escoamento incidente com $U_0 = 70$ m/s.
- Massa específica do ar constante e $\rho = 1.225$ kg/m³.

7.1.1. Ângulo de ataque $\alpha = 0^\circ$

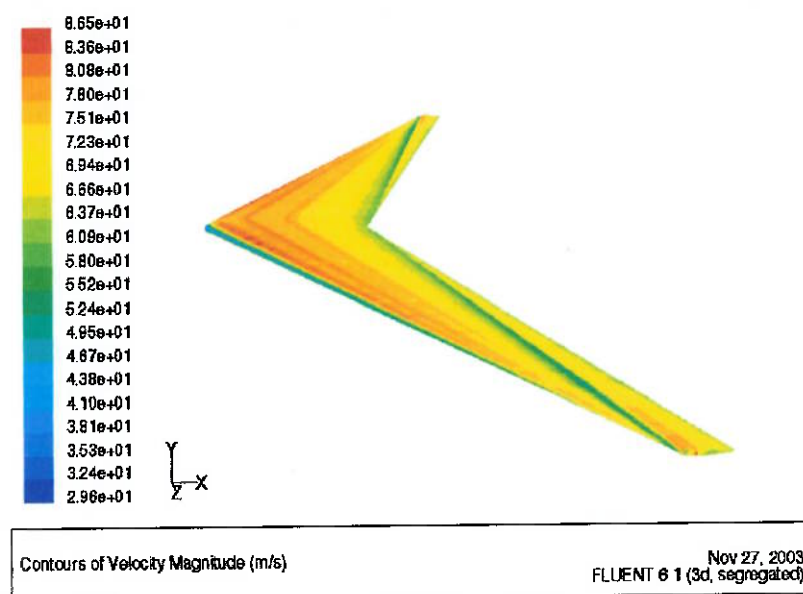


Figura 7.1: Distribuição de velocidade.

Um comentário importante é que no caso de escoamento de fluido ideal, o princípio da aderência completa, onde o fluido possui a mesma velocidade do sólido na região de contato entre os dois, não é válido. Isto se deve ao fato de que a viscosidade do fluido é zero, portanto, o fluido pode deslizar sobre a superfície sólida sem atrito.

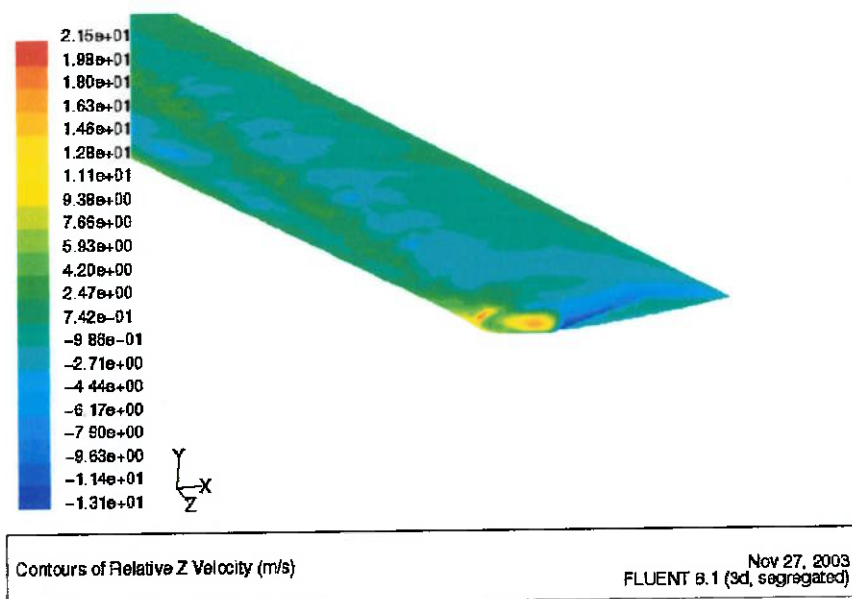


Figura 7.2: Distribuição de w (componente z do campo de velocidade) sobre a asa sem *winglet*.

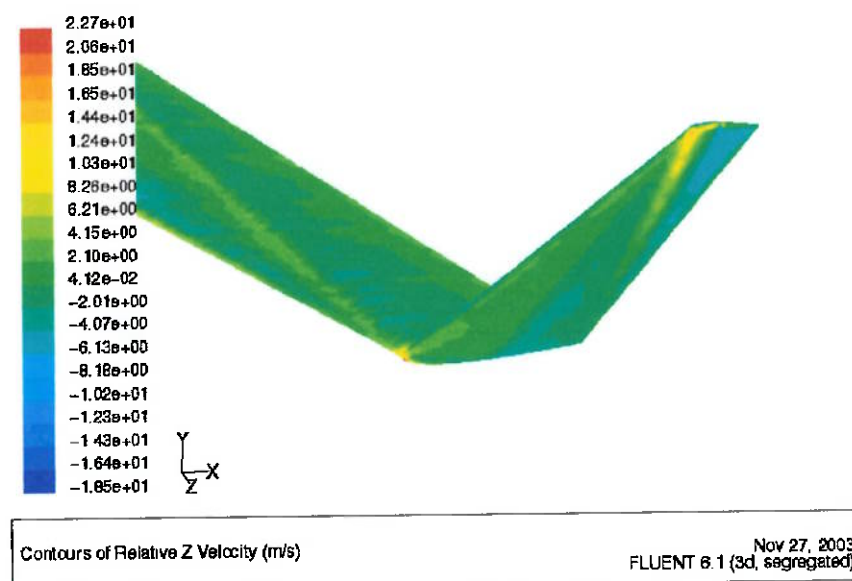


Figura 7.3: Distribuição de w (componente z do campo de velocidade) sobre a asa com *winglet*.

A componente w (Figuras 7.5 e 7.6)(direção z) é importante pois a direção z é a direção da envergadura, ou seja, a componente w é a responsável pelos efeitos tridimensionais, como *efeito downwash* e arrasto induzido. Pode-se perceber que apesar do pico de magnitude das velocidades serem praticamente iguais, eles ocorrem em uma região maior na asa do que na asa com *winglets*.

7.1.2. Ângulo de ataque $\alpha = 4^\circ$

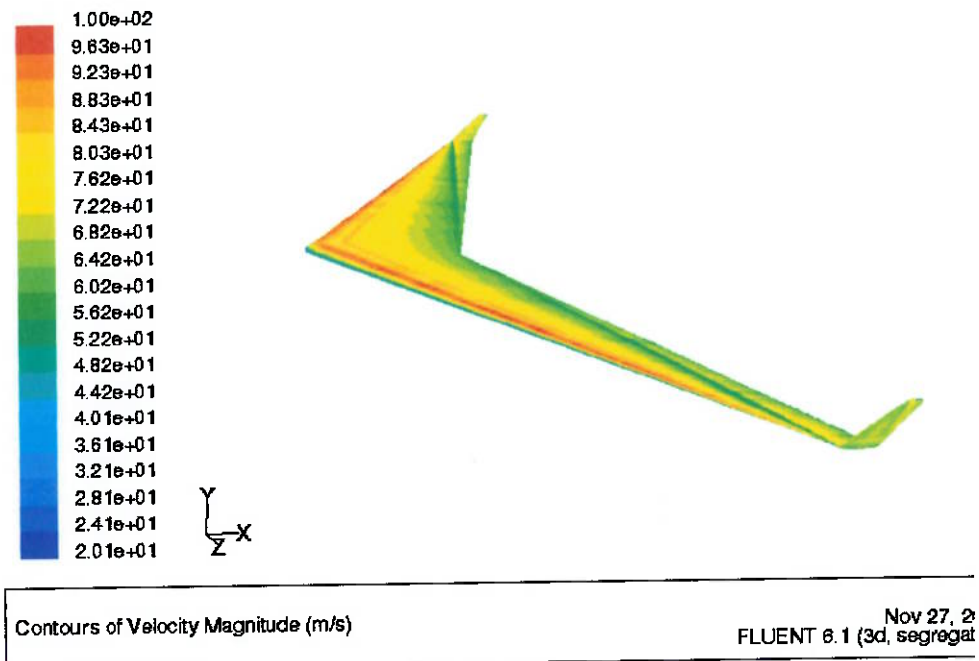


Figura 7.4: Contornos velocidade.

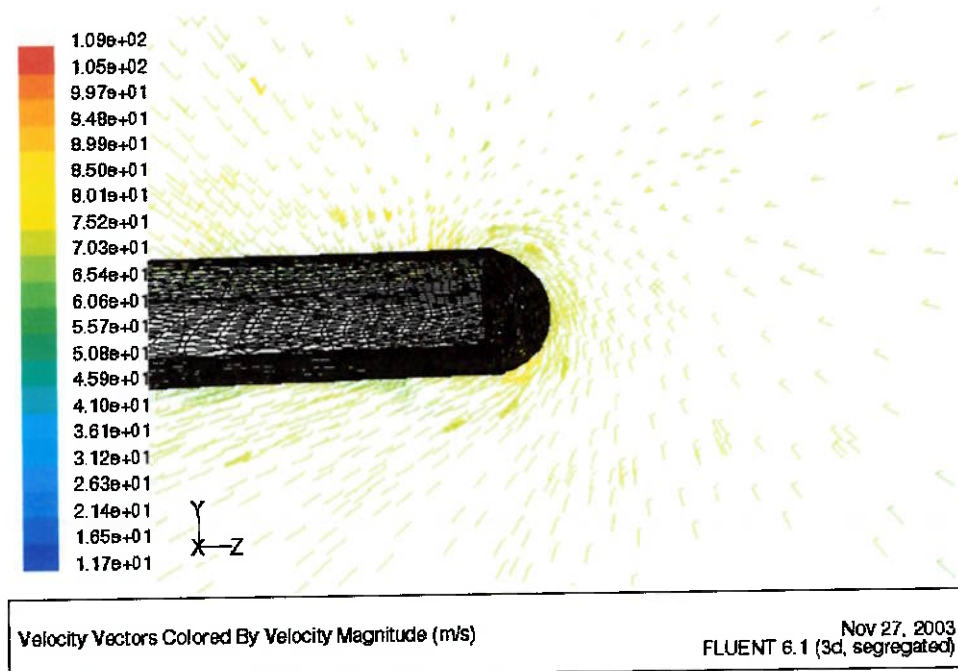


Figura 7.5: Vórtices de ponta de asa (*wing tip vortex*) para asa sem *winglets*.

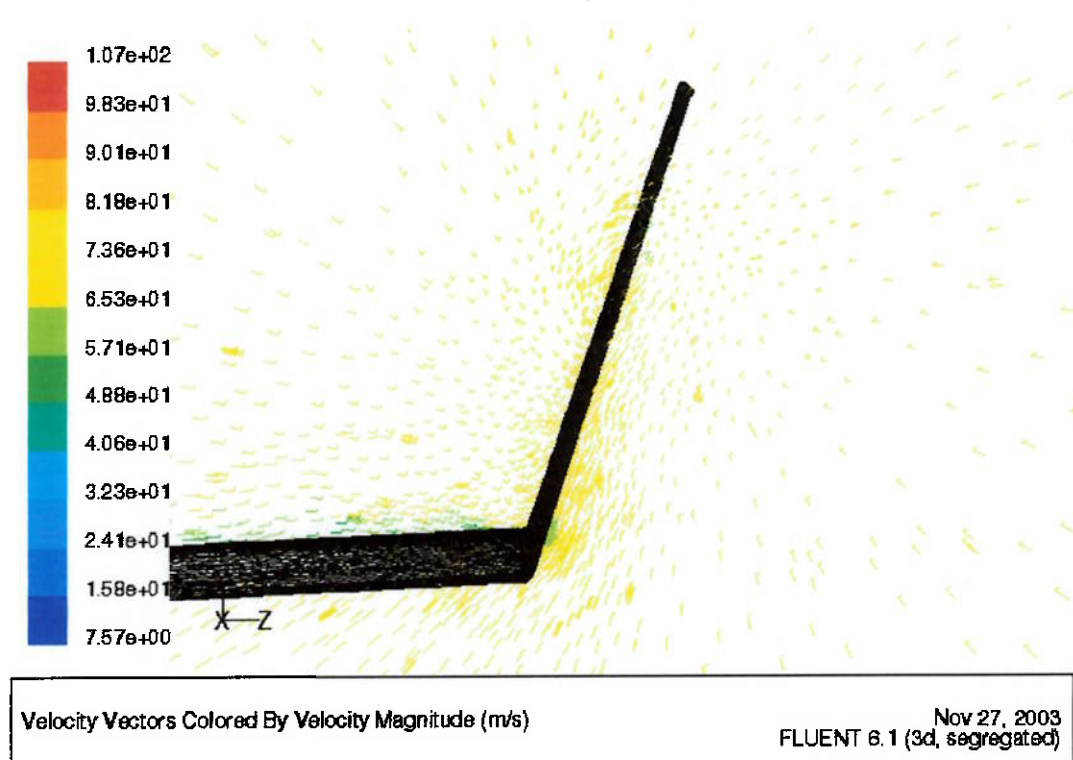


Figura 7.6: Vórtices de ponta de asa (*wing tip vortex*) para asa com *winglets*.

Analisando as Figuras 7.5 e 7.6, comparando os vetores velocidade para os casos, pode-se perceber a redução da vorticidade quando o *winglet* é colocado na ponta da asa. Nota-se que a circulação na ponta da asa sem *winglet* é maior do que a ocorrente na asa com o apêndice, pois a região onde ocorre essa rotação no campo de velocidade é maior, a pesar das magnitudes dos vetores velocidade no vórtice serem praticamente as mesmas.

7.1.3. Ângulo de ataque $\alpha = 8^\circ$

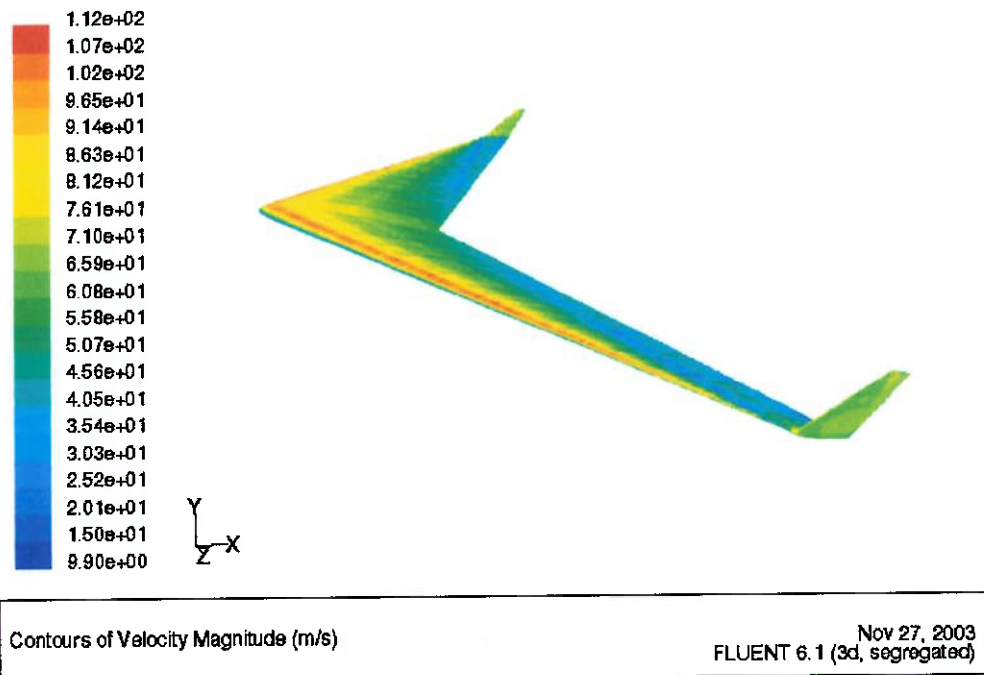


Figura 7.7: Contornos de velocidade.

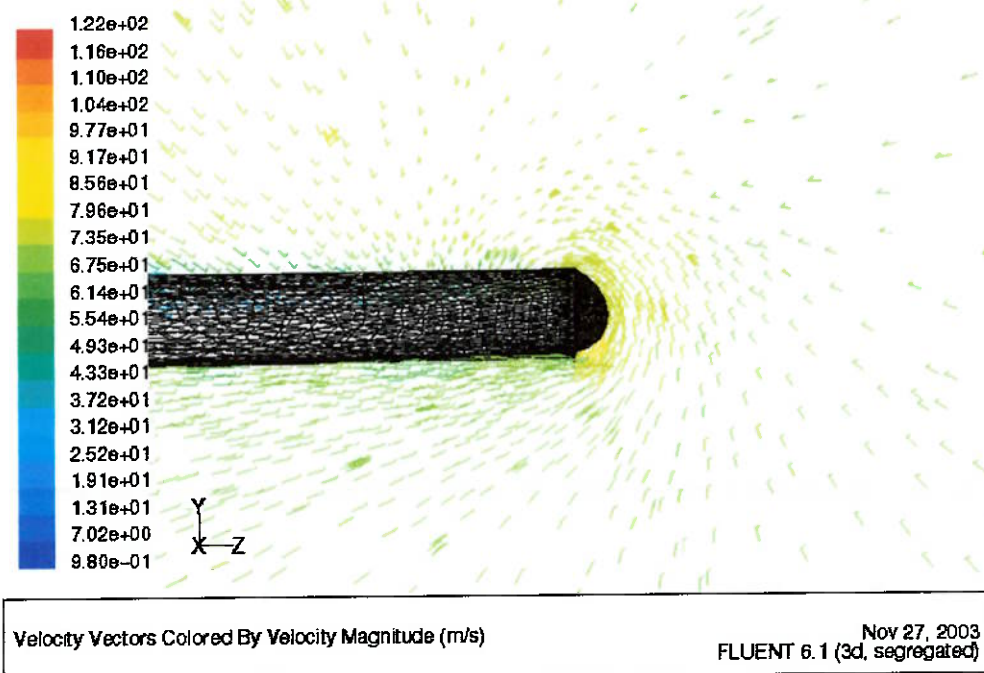


Figura 7.8: Vórtices de ponta de asa (*wing tip vortex*) para asa sem *winglets*.

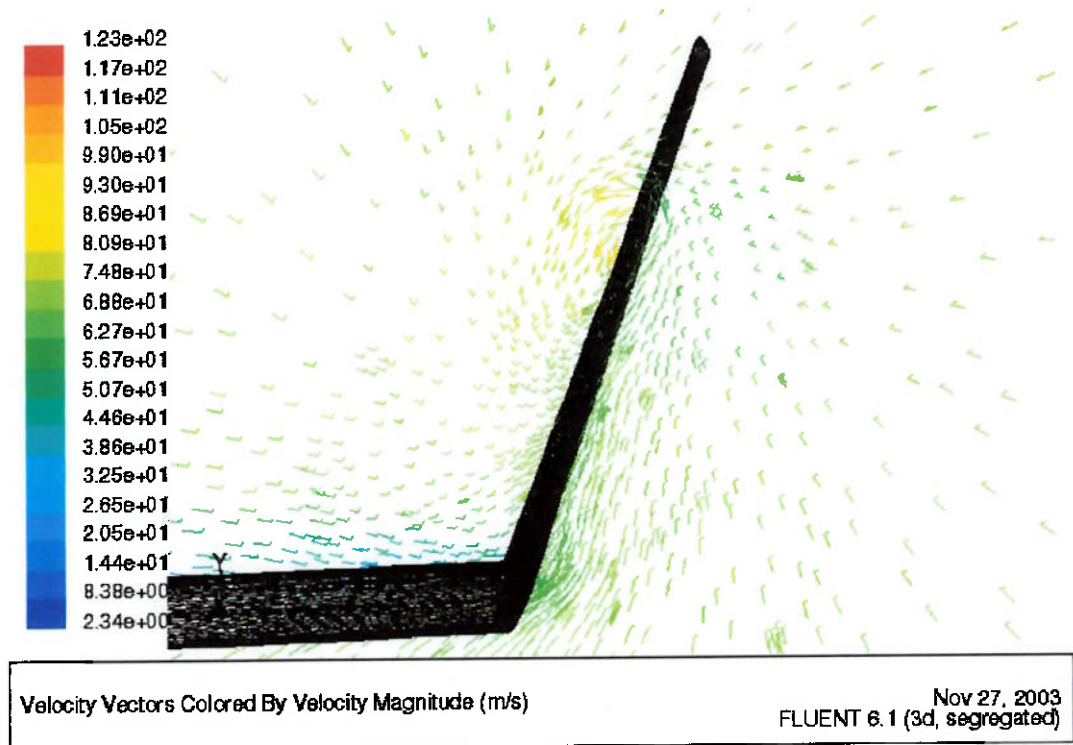


Figura 7.9: Vórtices de ponta de asa (*wing tip vortex*) para asa com *winglets*.

7.1.4. Coeficientes Aerodinâmicos

O software Fluent 6.1 possui uma ferramenta de cálculo dos coeficientes de arrasto e sustentação. Essa ferramenta, integra a distribuição de pressão, calculada através da solução da equação de movimento, na superfície da asa, calculando as forças de arrasto e sustentação. Os coeficientes aerodinâmicos são calculados através na normalização destas forças.

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_o^2 S} \quad (7.1)$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_o^2 S} \quad (7.2)$$

A seguir serão apresentados as curvas de arrasto e sustentação, comparando o desempenho de ambas configurações de asa.

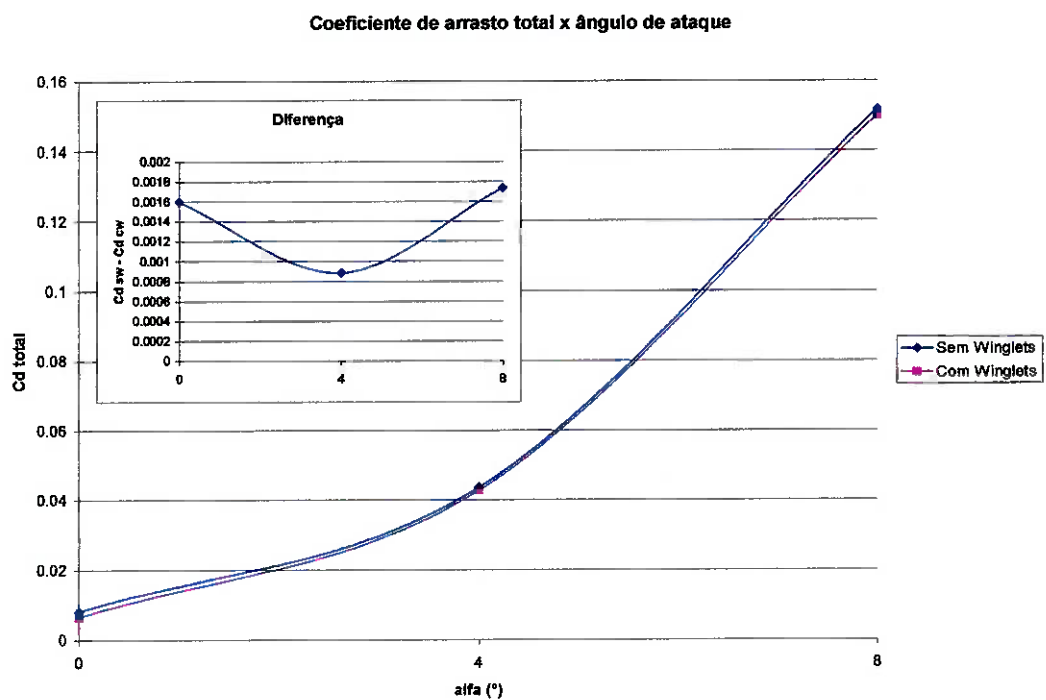


Figura 7.10: Curva de arrasto por ângulo de ataque.

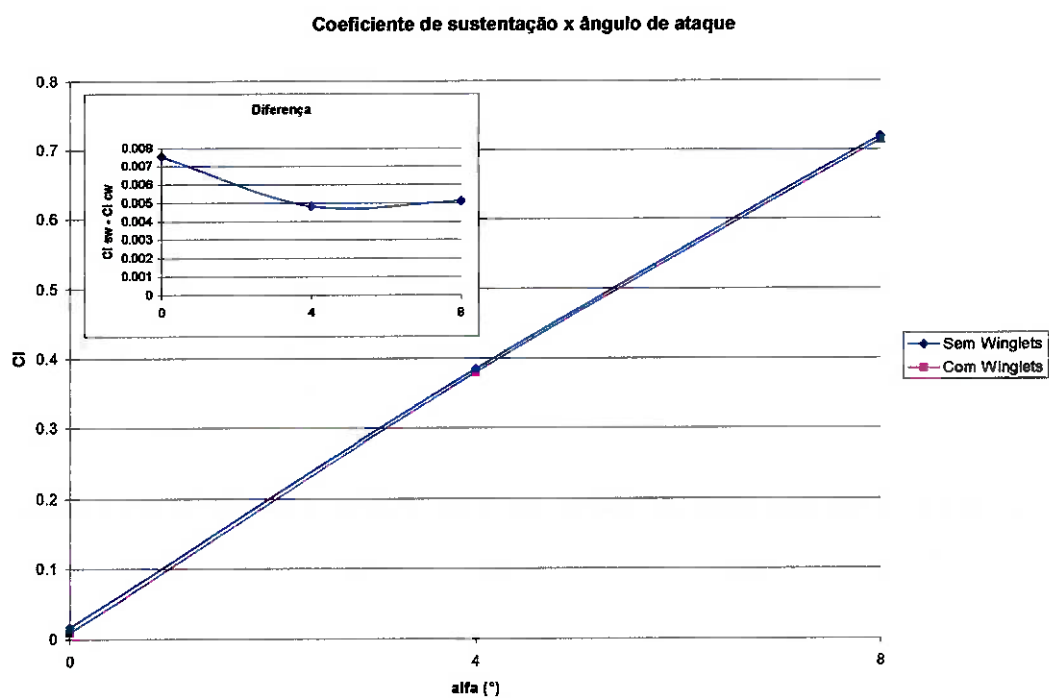


Figura 7.11: Curva de sustentação por ângulo de ataque.

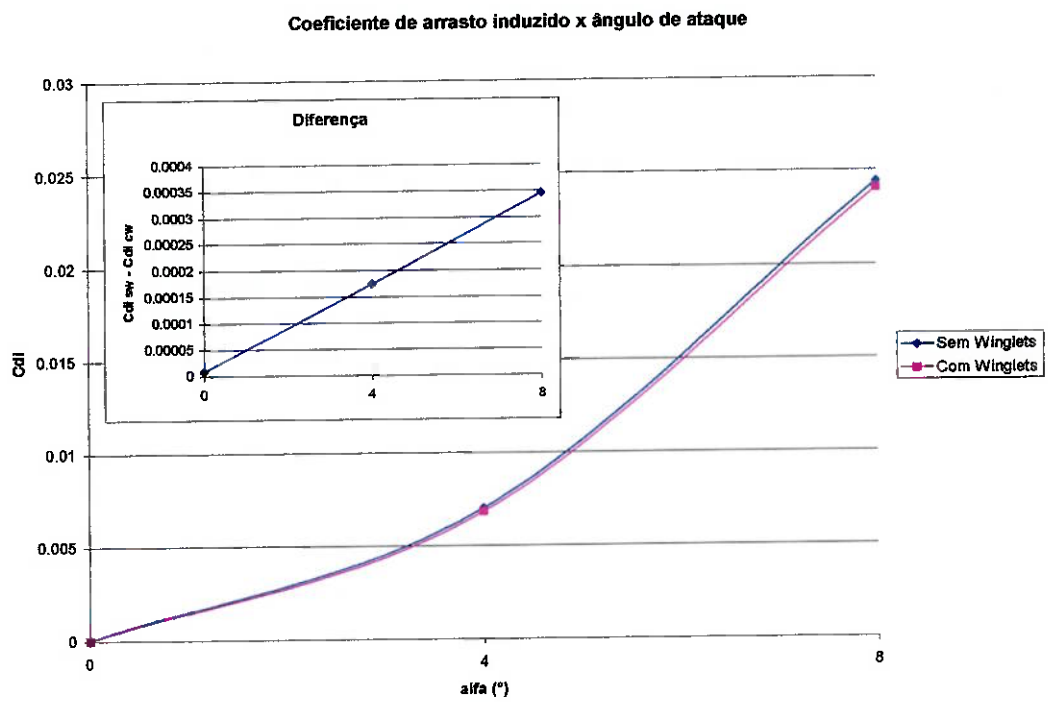


Figura 7.12: Curva de arrasto induzido por ângulo de ataque.

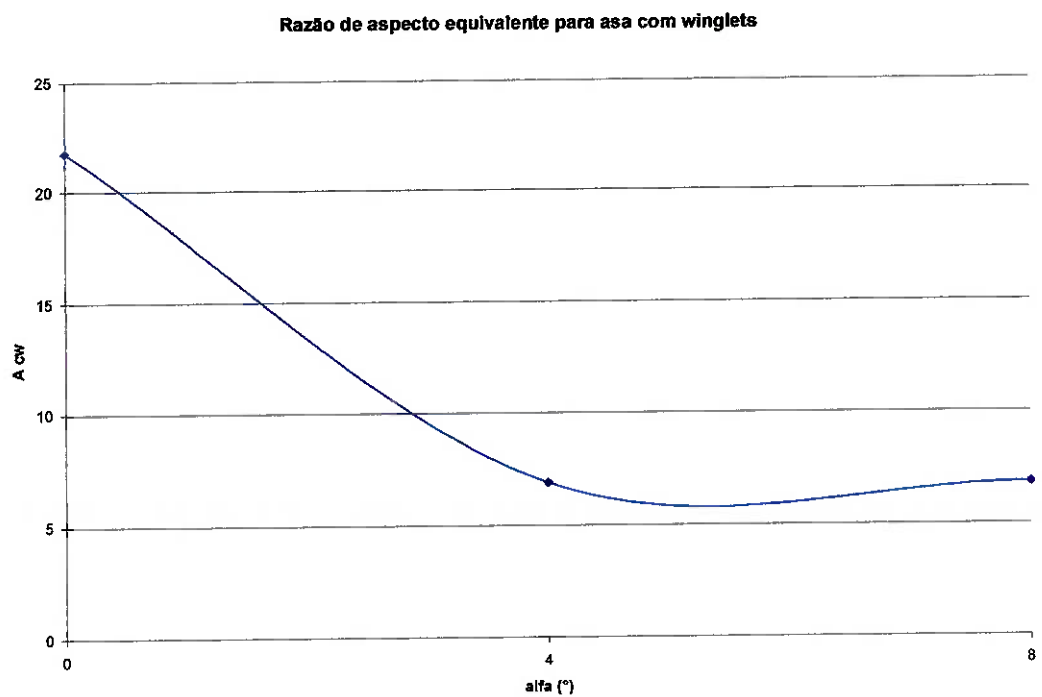


Figura 7.13: Curva da razão de aspecto equivalente por ângulo de ataque.

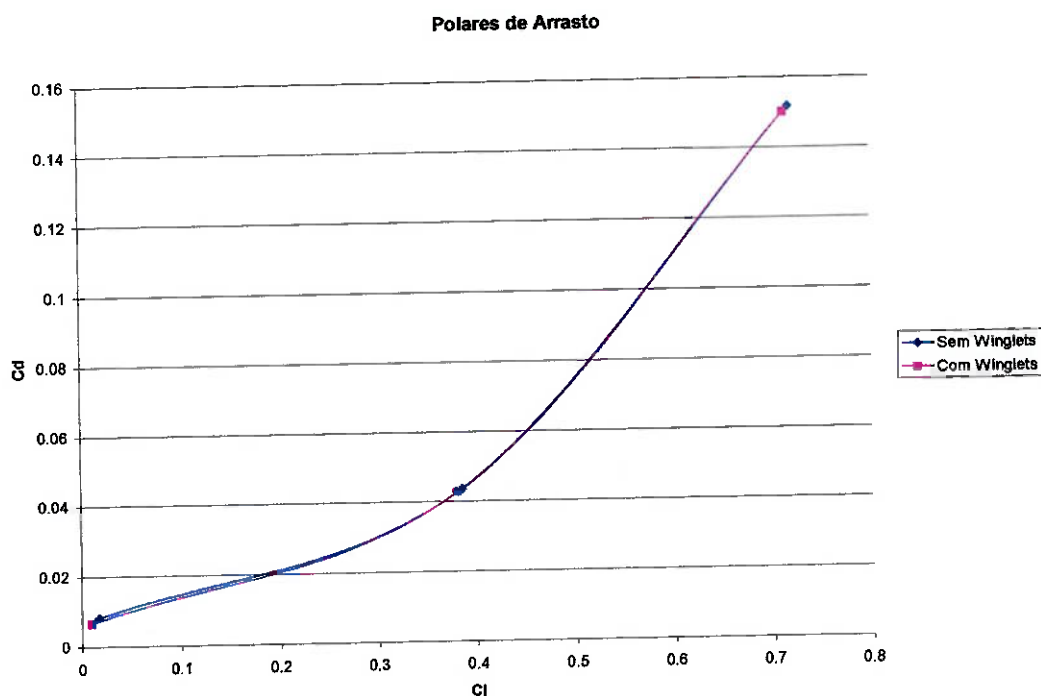


Figura 7.14: Polar de arrasto ($C_D \times C_L$).

Pela Figura 7.10 nota-se a redução no arrasto quando a asa possui *winglets*. Nota-se também que a maior redução no arrasto se encontra para baixos valores de ângulo de ataque, condição de cruzeiro. Para aeronaves comerciais isto é muito importante devido à economia de combustível, uma vez que na maior parte de sua trajetória as aeronaves comerciais se encontram em condição de cruzeiro. Para 0° de ângulo de ataque a redução percentual do arrasto foi de 19.5%, para 4° foi de 8.5% e 8.8% para 8° .

Já o coeficiente de sustentação mostrou uma certa invariância com relação à presença dos *winglets*, permanecendo praticamente constante. Houve uma certa redução na sustentação, mas com redução percentual máxima de 0.85%. Esta suposta invariância se deve à simetria do perfil dos *winglets*, pois se este possuísse um certo arqueamento (assimetria) a sustentação aumentaria.

O arrasto induzido assim como o arrasto total foi diminuído com a presença dos *winglets*, mas ao contrário do arrasto total a maior redução ocorreu para altos valores de ângulo de ataque (8°).

A razão de aspecto equivalente é calculada usando a hipótese de que a redução do arrasto induzido é proporcionada por um aumento da razão de aspecto devido à presença dos *winglets* na asa, considerando o coeficiente de sustentação constante. Para o cálculo da razão de aspecto equivalente é utilizada a Equação 3.36.

7.2. Simulações Utilizando a Equação de Navier-Stokes.

As condições, métodos, modelos e hipóteses das simulações foram:

- Escoamento tridimensional (3D).
- Regime Permanente.
- Fluido Newtoniano (incompressível e viscoso): ar.
- Escoamento sem troca de calor.
- Escoamento turbulento com modelo de turbulência de Spalart-Allmaras.
- Método dos Volumes Finitos para discretização das equações diferenciais parciais que regem o escoamento, utilizando a função de interpolação UpWind de 2ª ordem.
- Algoritmo SIMPLE para tratamento do acoplamento Pressão-Velocidade.
- Método Segregado de solução, resolvendo os sistemas lineares um a um.
- Pressão atmosférica nula, assim, o campo de pressões é calculado em pressão efetiva, não total.
- Escoamento incidente com $U_0 = 70$ m/s.
- Massa específica do ar constante e $\rho = 1.225$ kg/m³.
- Viscosidade dinâmica constante e $\mu = 1.7894 \times 10^{-5}$.
- Número de Reynolds do escoamento: $Re = 9.5 \times 10^6$.
- Número de Mach do escoamento: $M = 0.2$ (incompressível).

As figuras a seguir mostram as soluções das equações de movimento do escoamento, distribuições de pressão e velocidade.

7.2.1. Ângulo de ataque $\alpha = 0^\circ$

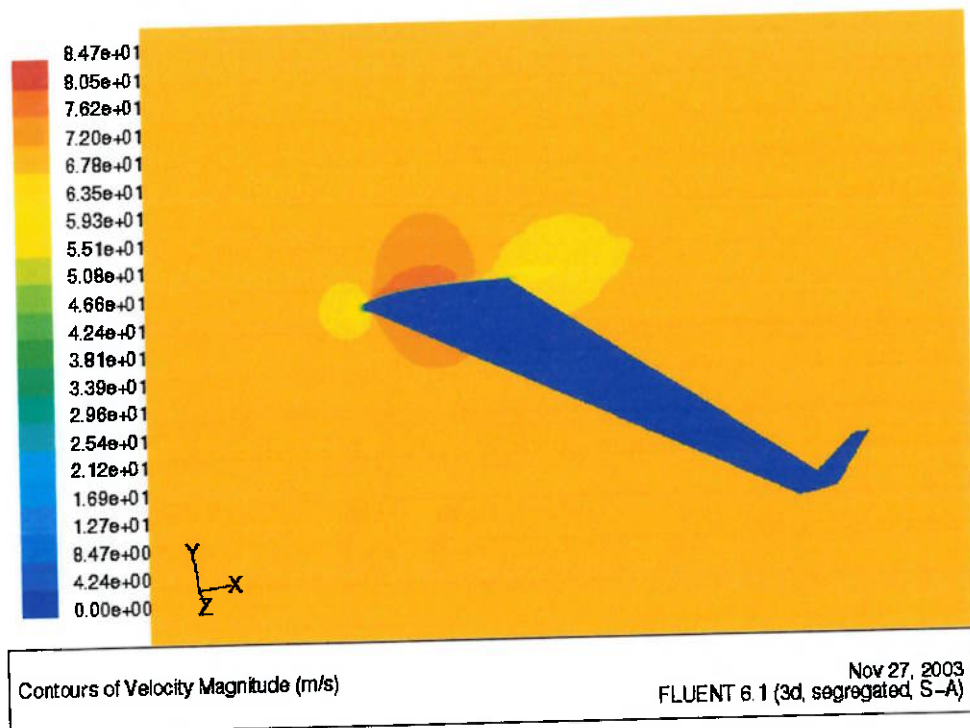


Figura 7.15: Distribuição de velocidade.

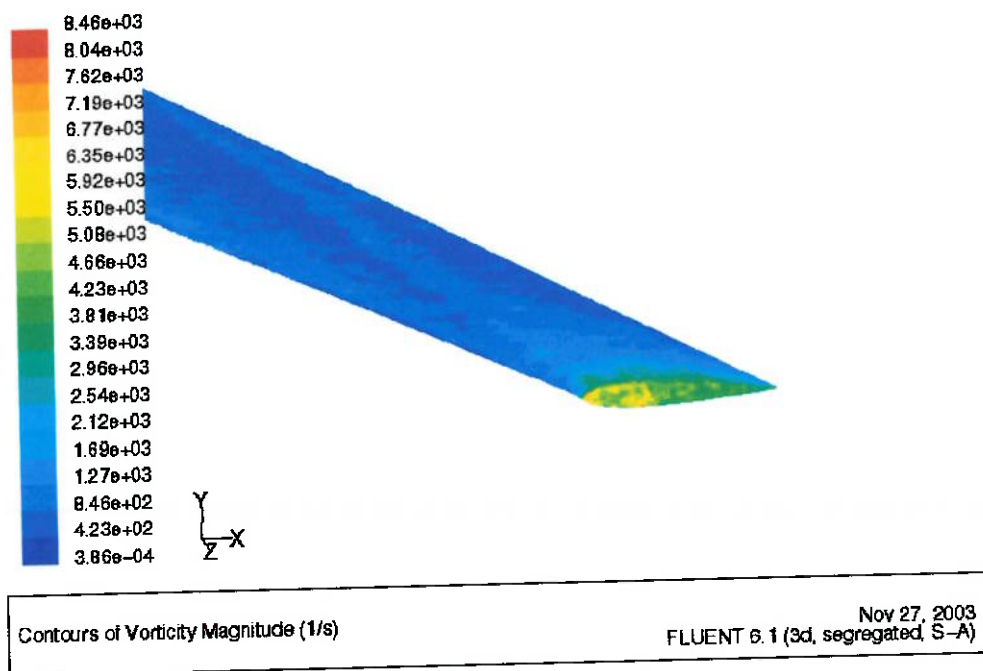


Figura 7.16: Magnitude de vorticidade para asa sem *winglets*.

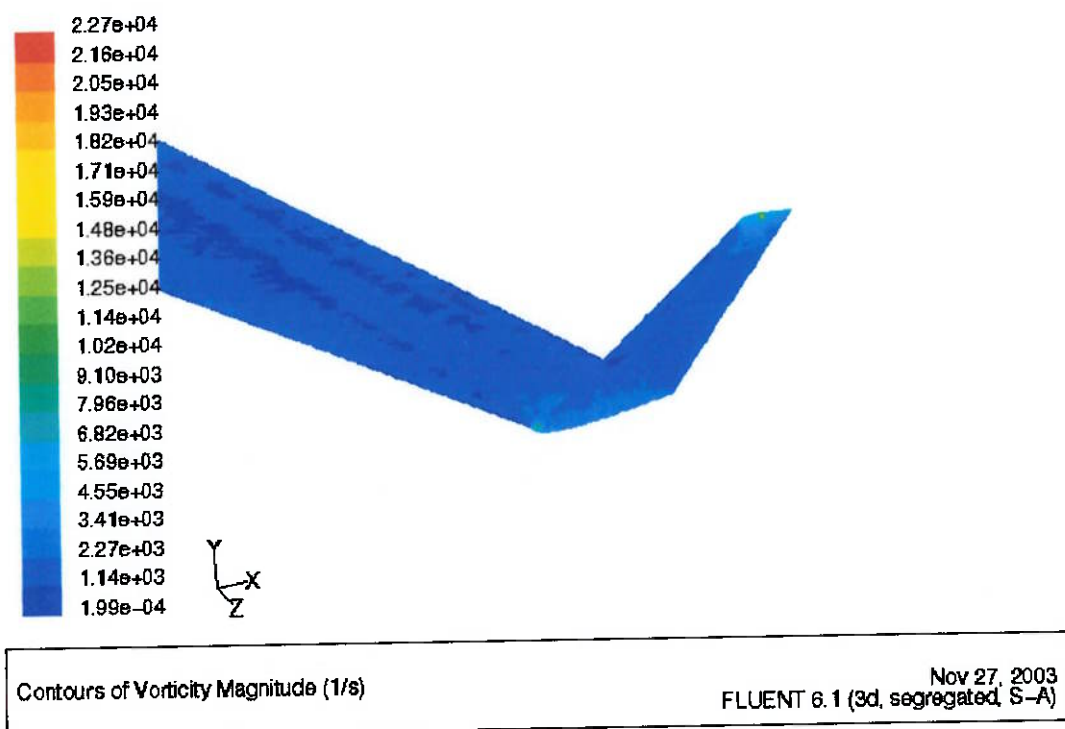


Figura 7.17: Magnitude de vorticidade para asa com *winglets*.

Pode-se notar a diferença entre os contornos de velocidade das simulações com Equação de Navier-Stokes (Figura 7.15) para as simulações com Equação de Euler, uma vez que a velocidade na superfície da asa na Figura 7.15 é nula.

Outro aspecto importante é que a região de picos de vorticidade (Figuras 7.16 e 7.17) é maior para asa sem *winglets*, isto significa que a circulação na ponta da asa sem *winglet* é maior e por sua vez o efeito *dawnwash* também é maior.

7.2.2. Ângulo de ataque $\alpha = 4^\circ$

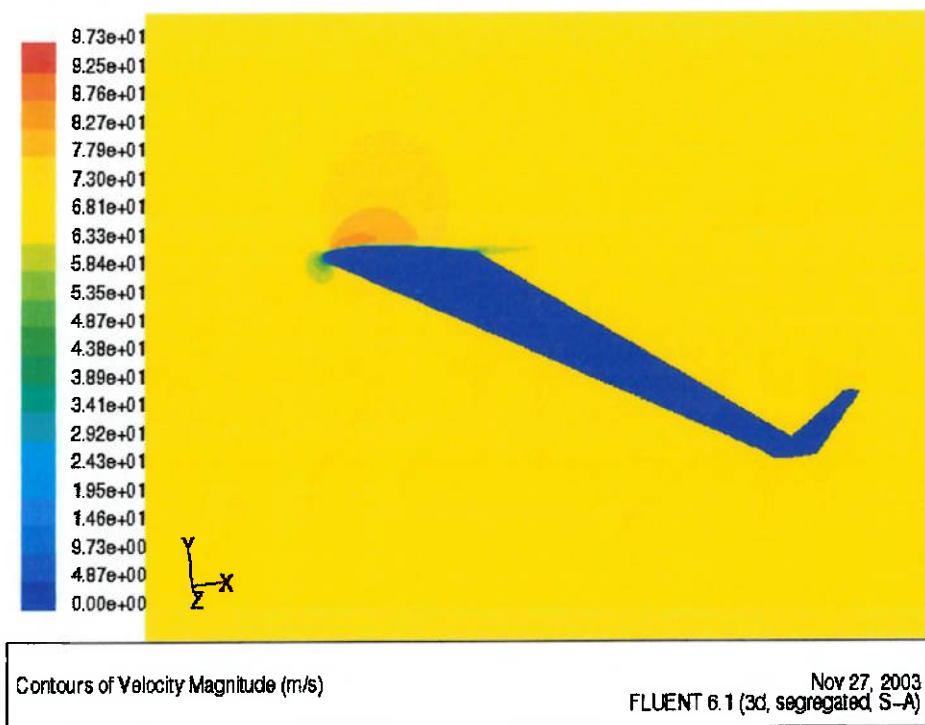


Figura 7.18: Contornos de velocidade.

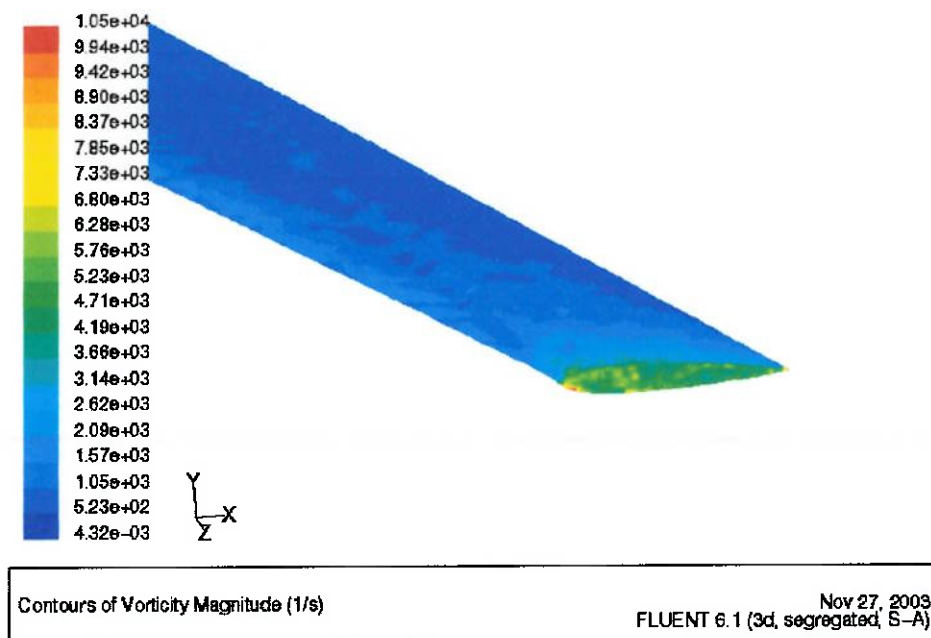
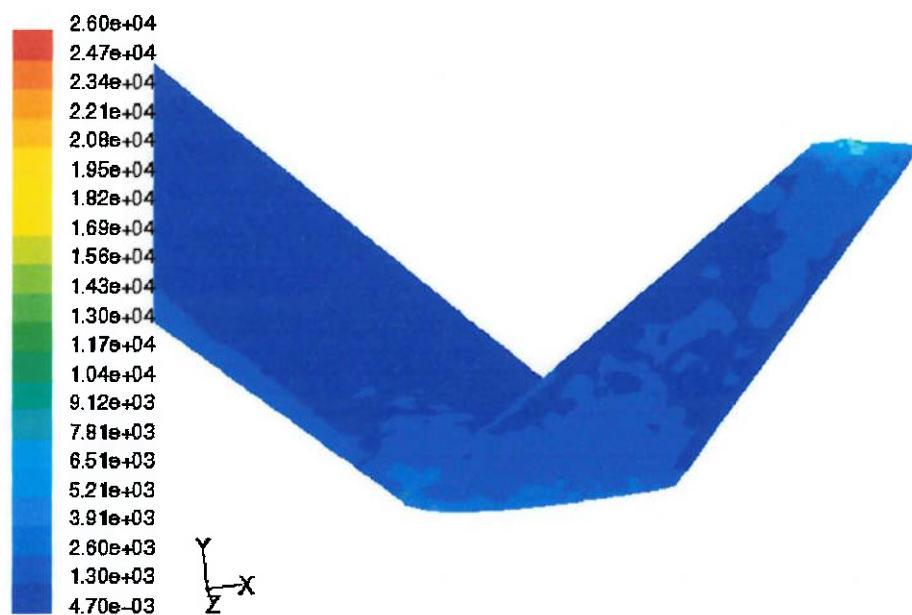


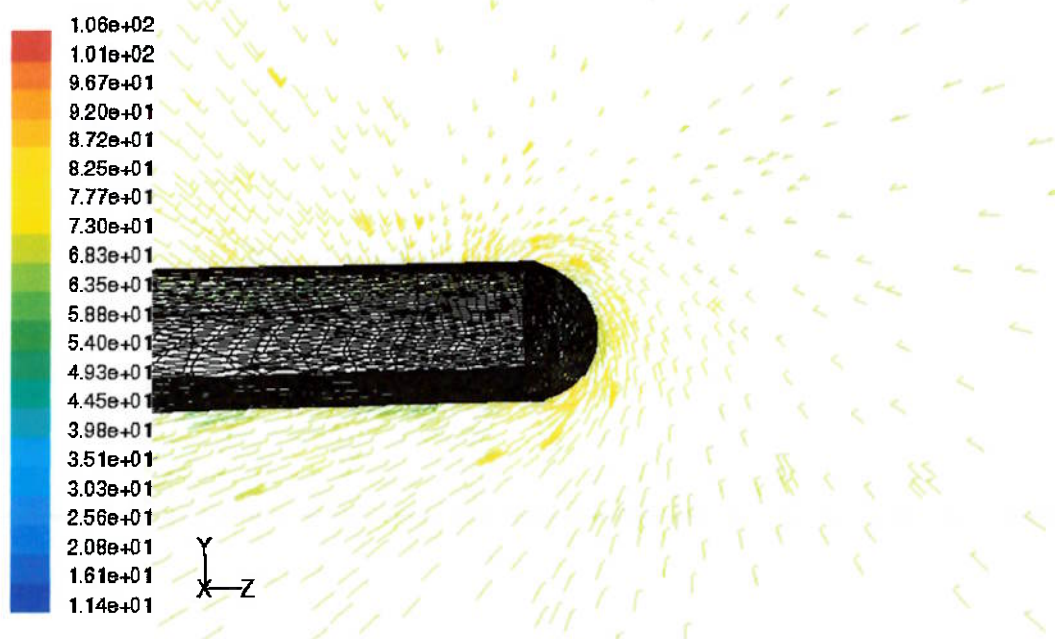
Figura 7.19: Magnitude de vorticidade para asa sem *winglets*.



Contours of Vorticity Magnitude (1/s)

Nov 27, 2003
FLUENT 6.1 (3d, segregated, S-A)

Figura 7.20: Magnitude de vorticidade para asa com *winglets*.



Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)

Nov 27, 2003
FLUENT 6.1 (3d, segregated, S-A)

Figura 7.21: Vórtices de ponta de asa (*wing tip vortex*) para asa sem *winglets*.

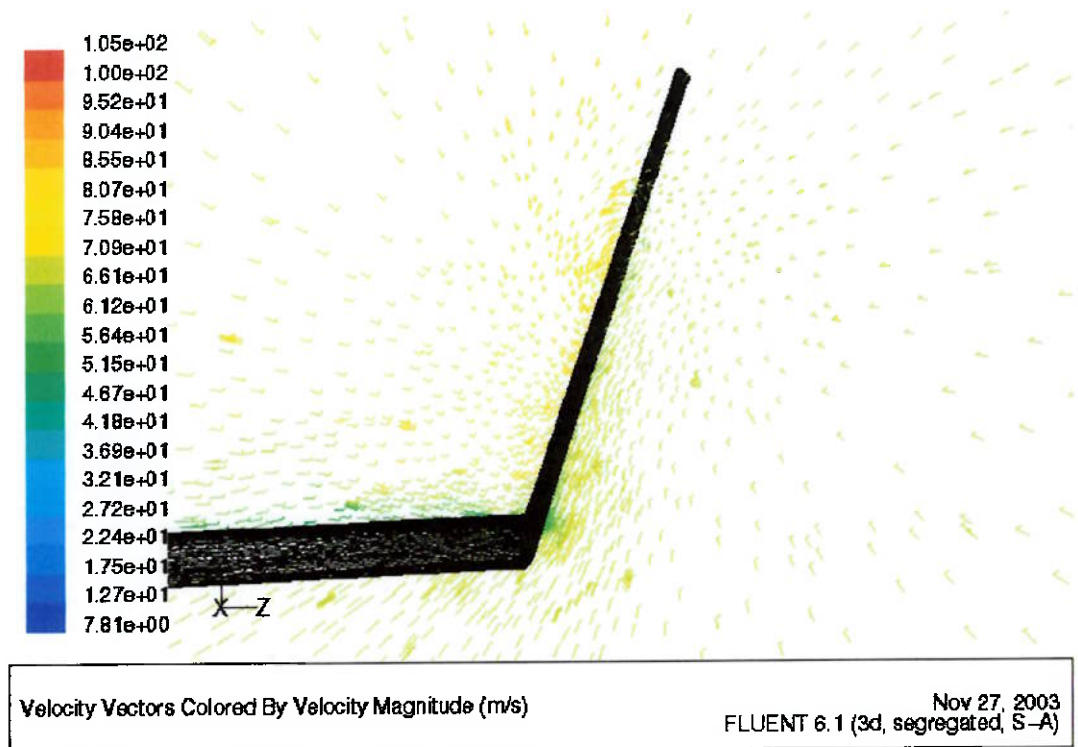


Figura 7.22: Vórtices de ponta de asa (*wing tip vortex*) para asa com *winglets*.

A região de picos de vórtices, como era esperado, continua maior para asa sem *winglets* (Figuras 7.19 e 7.20), mas pode-se perceber que quanto maior for o ângulo de ataque maior será as intensidades dos picos de vorticidade.

Os vetores de velocidade mostram a redução da vorticidade na ponta da asa quando introduzidos os *winglets*.

7.2.3. Ângulo de ataque $\alpha = 8^\circ$

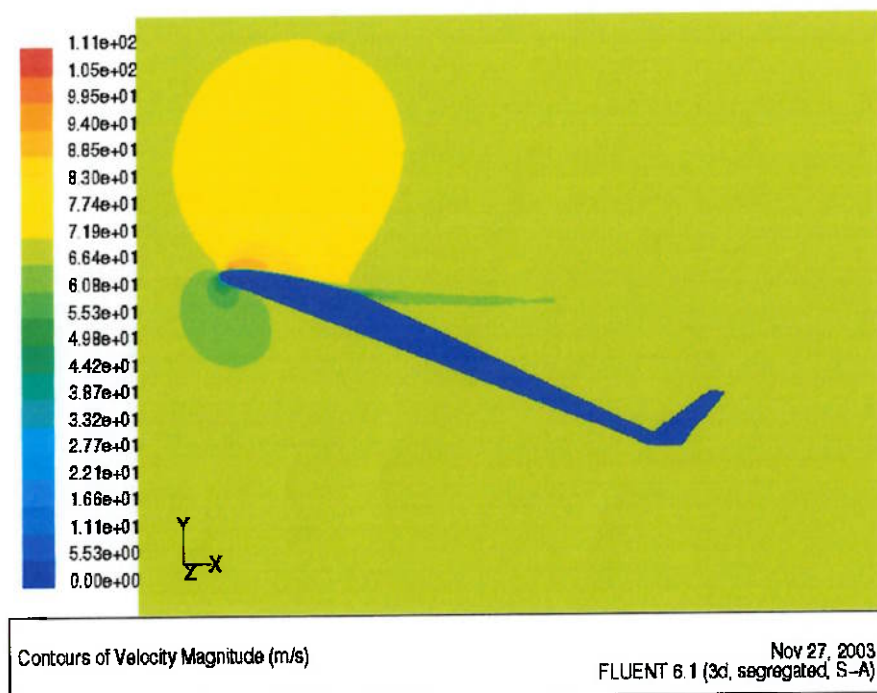


Figura 7.23: Contornos de velocidade.

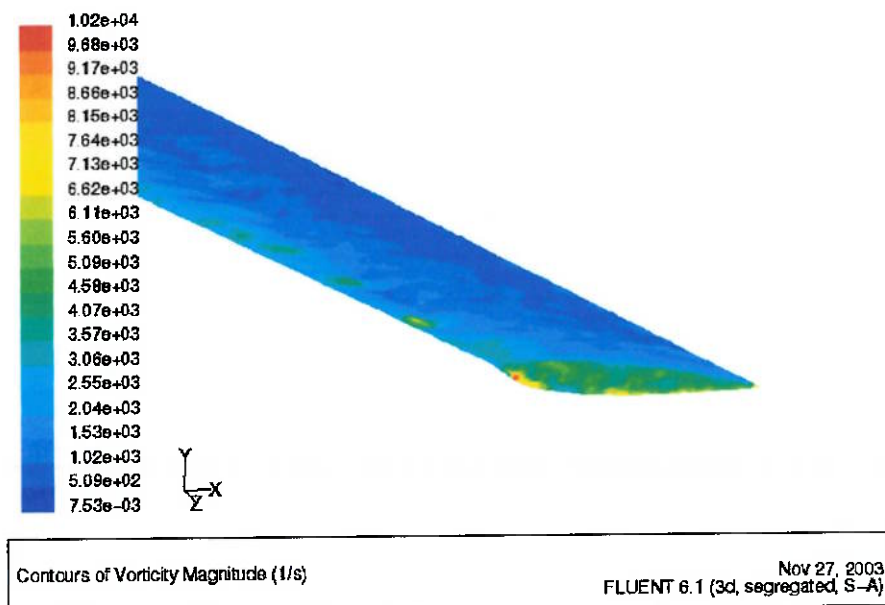


Figura 7.24: Magnitude de vorticidade para asa sem *winglets*.

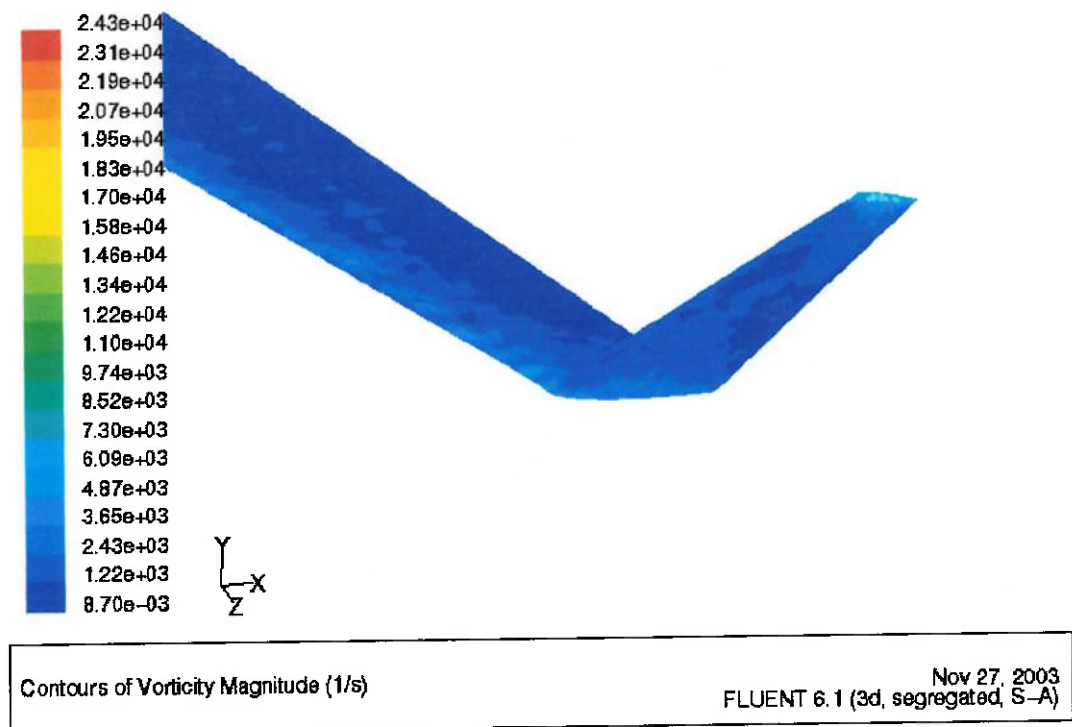


Figura 7.25: Magnitude de vorticidade para asa com *winglets*.

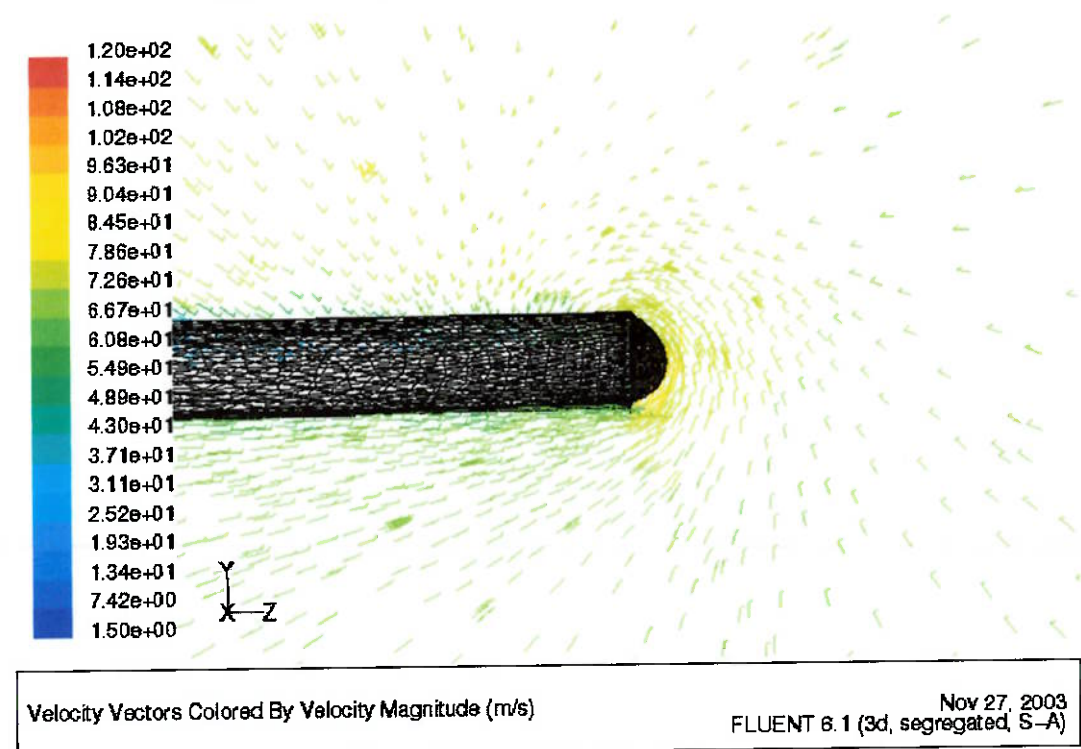


Figura 7.26: Vórtices de ponta de asa (*wing tip vortex*) para asa sem *winglets*.

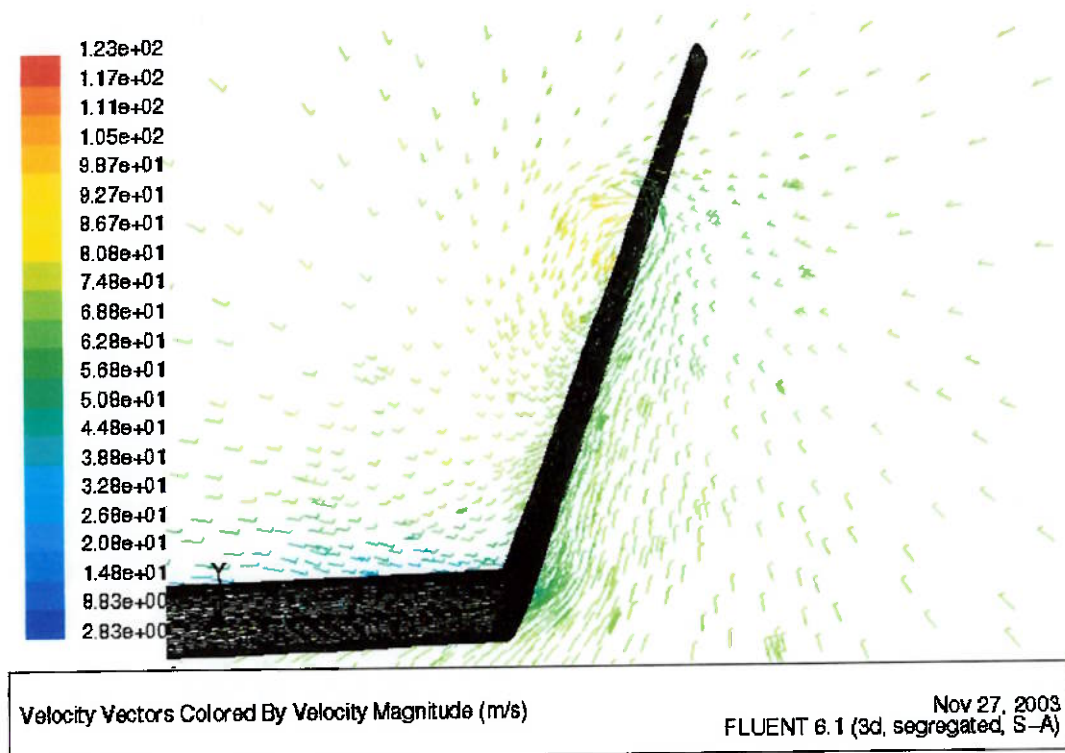


Figura 7.27: Vórtices de ponta de asa (*wing tip vortex*) para asa com *winglets*.

Os vetores de velocidade mostram a redução da vorticidade na ponta da asa quando introduzidos os *winglets*. Com a presença dos *winglets* a vorticidade fica restrita a uma pequena região na ponta dos mesmos, dificultando a circulação da parte de baixo para parte de cima da asa.

7.2.4. Coeficientes Aerodinâmicos

Conforme explicado na seção 7.1.4, o Fluent 6.1 já possui a ferramenta de cálculo dos coeficientes aerodinâmicos através da metodologia já explicada. Nas simulações com a Equação de Navier-Stokes o coeficiente de arrasto é a soma de duas parcelas: o arrasto viscoso e o arrasto de pressão, onde já está incluído o arrasto induzido. Isto por causa da presença da viscosidade do fluido que na região de parede cria uma tensão de cisalhamento entre sólido e fluido gerando o arrasto viscoso.

A seguir serão apresentados as curvas de arrasto e sustentação, comparando o desempenho de ambas configurações de asa.

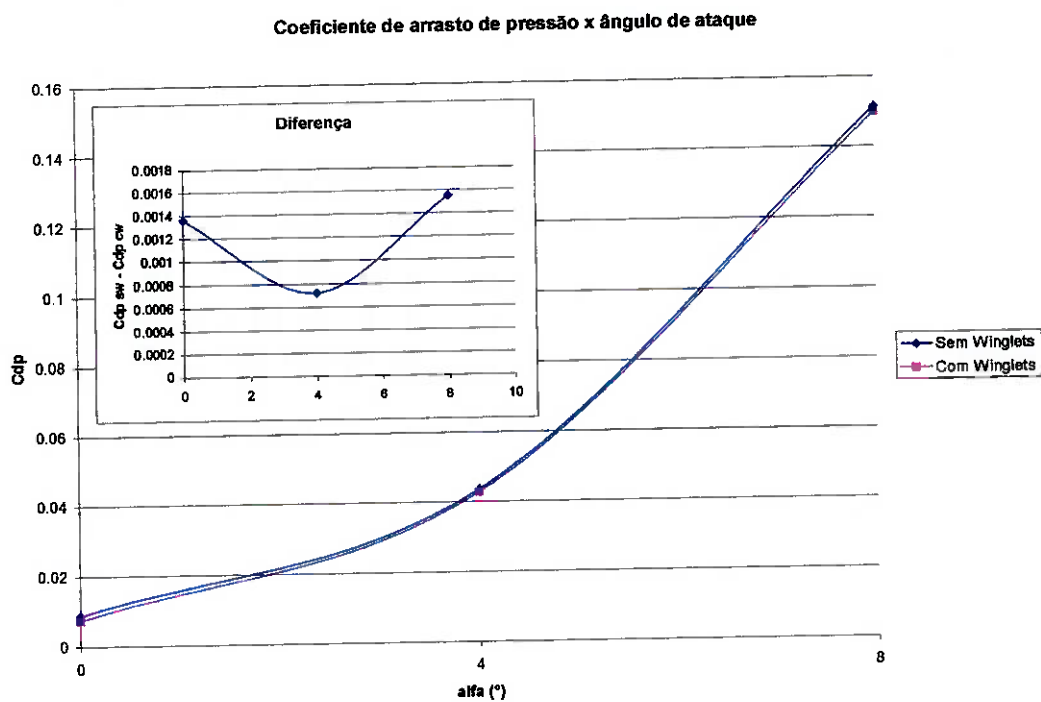


Figura 7.28: Curva de arrasto de pressão por ângulo de ataque.

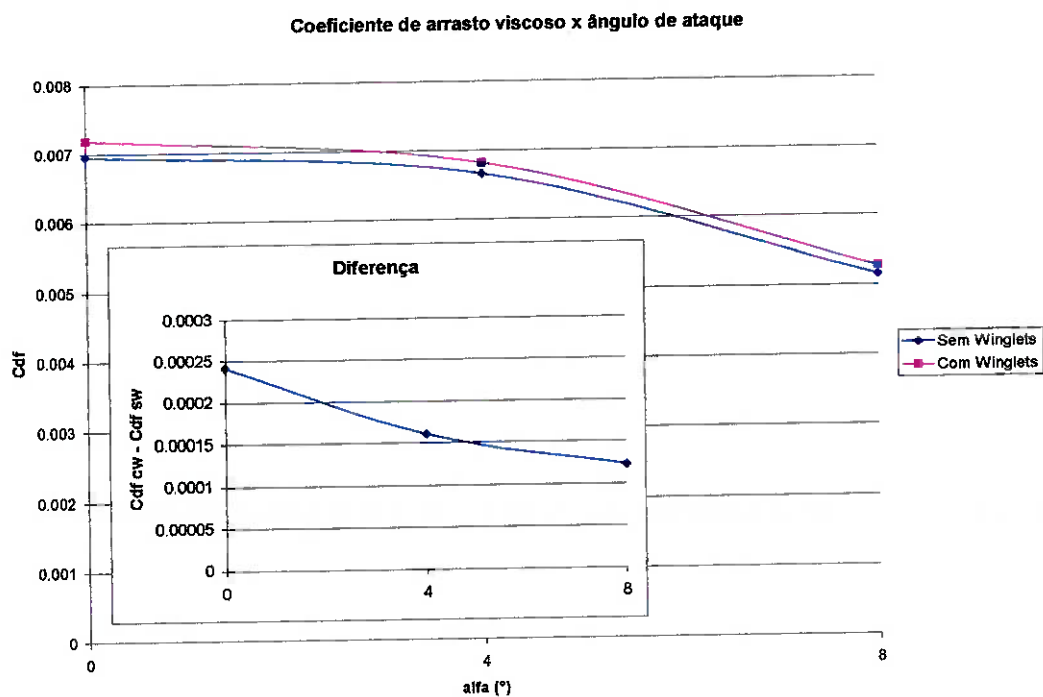


Figura 7.29: Curva de arrasto viscoso por ângulo de ataque.

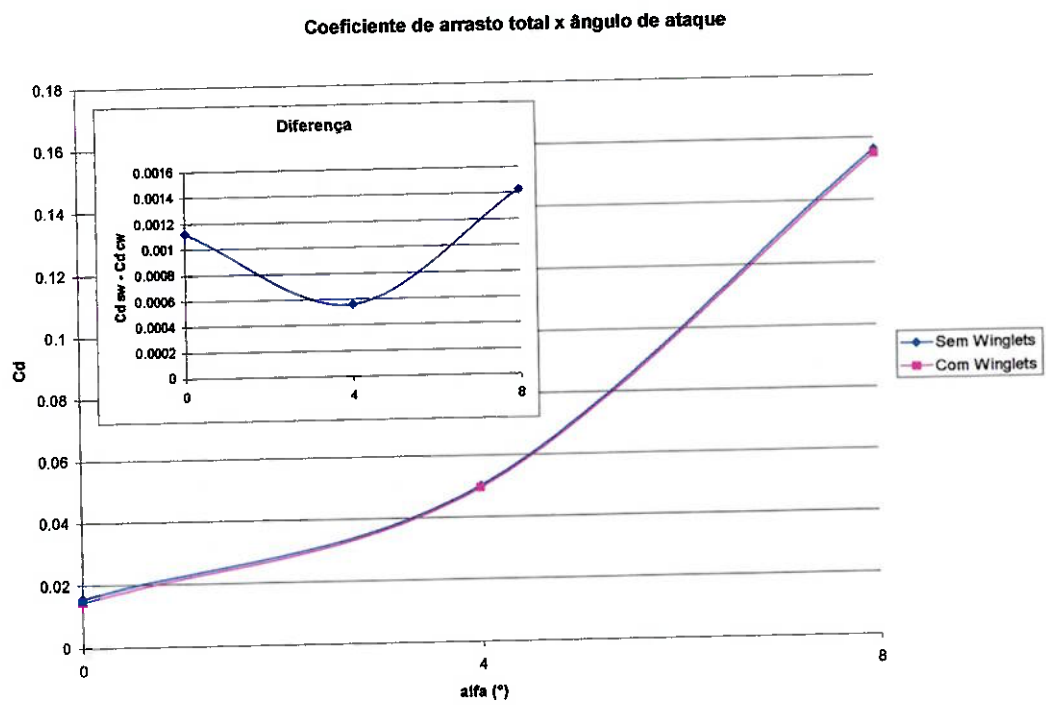


Figura 7.30: Curva de arrasto total por ângulo de ataque.

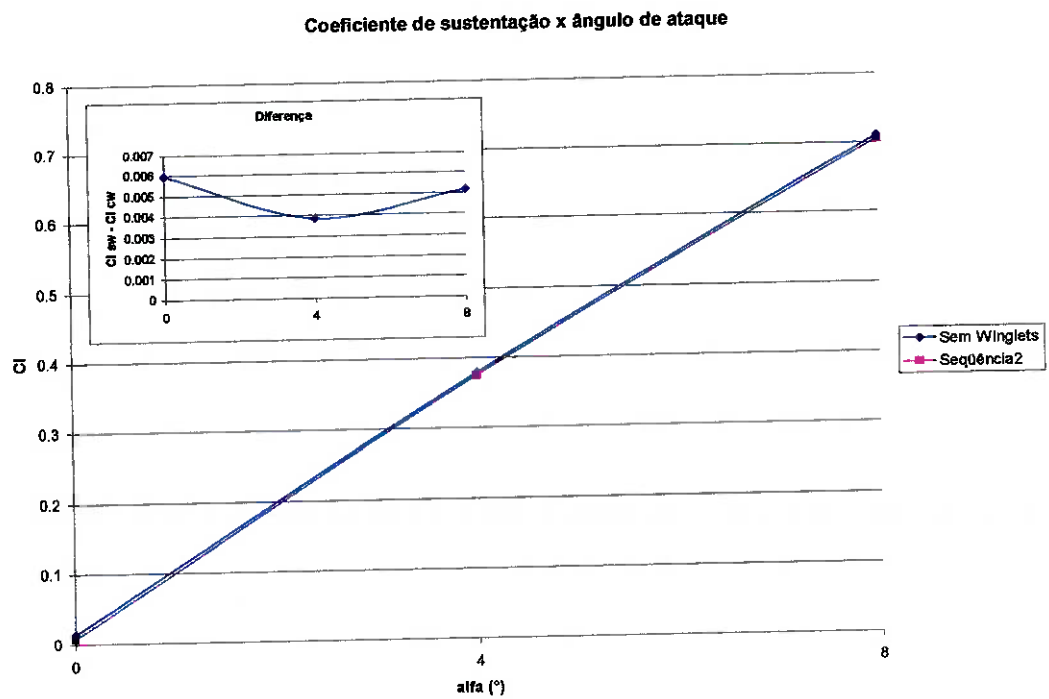


Figura 7.31: Curva de sustentação por ângulo de ataque.

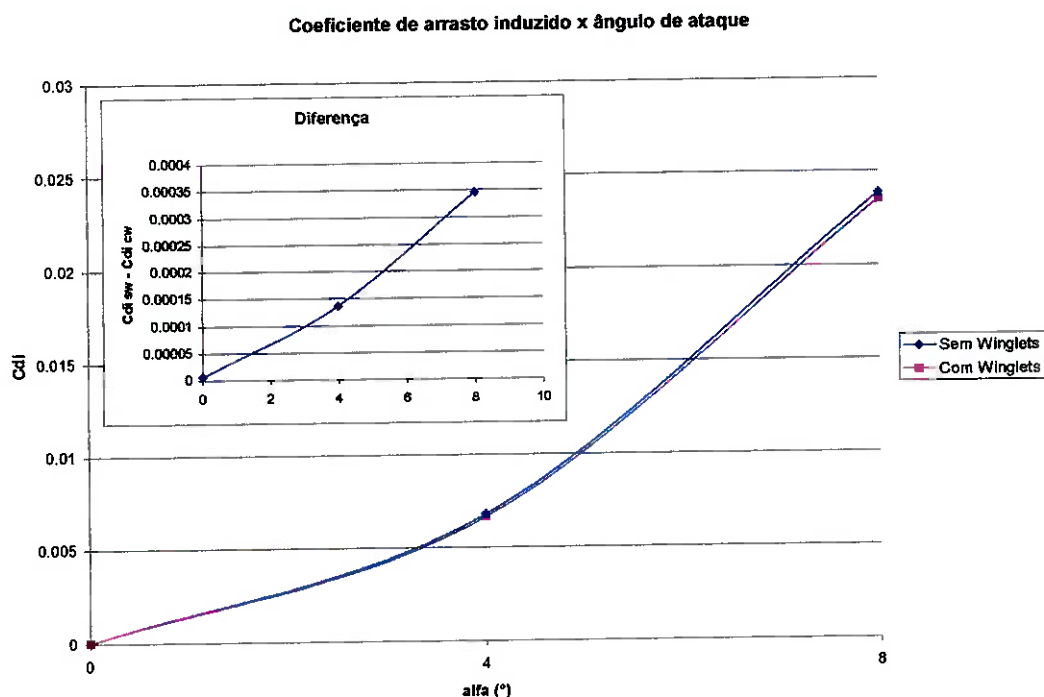


Figura 7.32: Curva de arrasto induzido por ângulo de ataque.

Pode-se notar que as curvas de arrasto de pressão (Figura 7.28) e arrasto total para eq. de Euler (Figura 7.10) são muito semelhantes isso porque a principal diferença entre os modelos de escoamento é a presença ou não das forças viscosas. Por isso, se compararmos os coeficientes de arrasto de pressão nos dois casos (que é o próprio arrasto total no caso invíscido) espera-se que sejam muito parecidos.

A grande preocupação com as simulações de escoamento viscoso era justamente a presença do arrasto viscoso. Isso porque com a introdução dos *winglets*, a área de contato entre asa e ar aumenta, assim o arrasto viscoso também aumenta e esse aumento poderia ser grande o suficiente para aumentar o arrasto total com a presença dos *winglets*, o que contradiz a realidade, onde o arrasto diminui. Mas os resultados obtidos estão de acordo com a realidade (Figuras 7.29 e 7.30).

A sustentação apresentou o mesmo comportamento das simulações com a eq. de Euler: praticamente invariante à presença dos *winglets*.

O arrasto total obteve redução de 7% para 0° de ângulo de ataque, 3% para 4° e 2% para 8°.

Razão de aspecto equivalente para asa com winglets

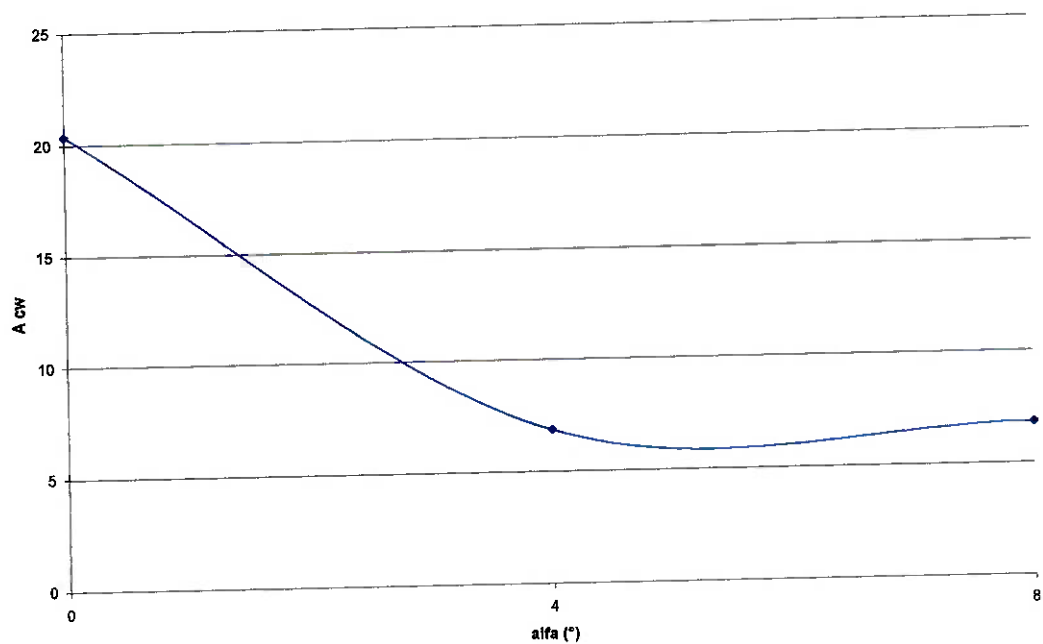


Figura 7.33: Curva da razão de aspecto equivalente por ângulo de ataque.

Polares de Arrasto

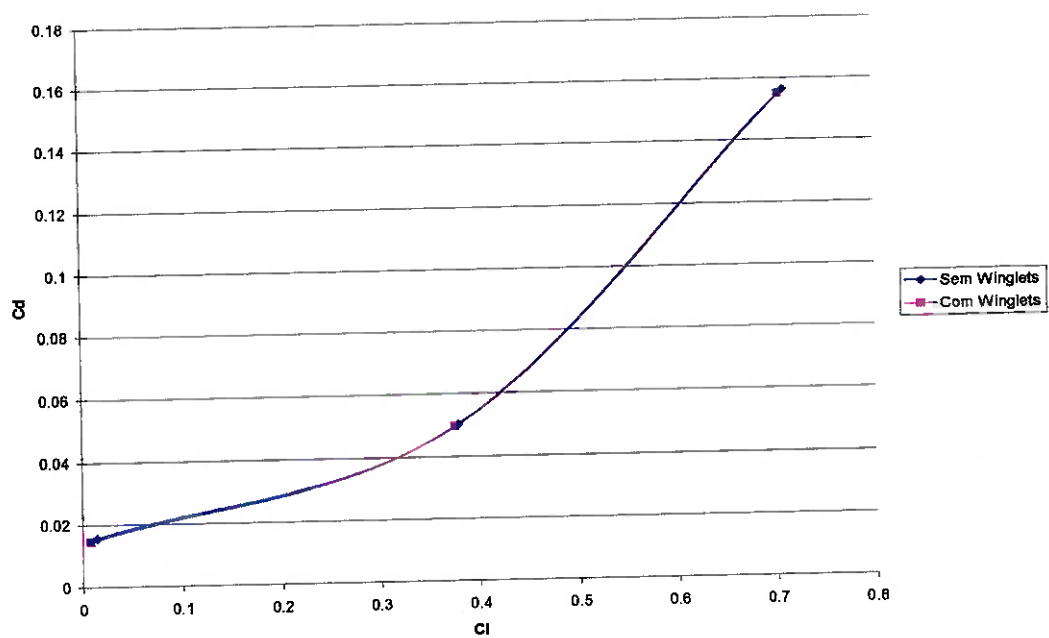


Figura 7.32: Polar de arrasto ($C_D \times C_L$).

8. Equipamentos Utilizados

Foram utilizados os seguintes equipamentos do Laboratório de Dinâmica dos Fluidos Computacional da EPUSP, sob a coordenação do Prof. Dr. Júlio Romano Meneghini, para a execução dos programas Gambit 2.0.4 e Fluent 6.0 da Fluent.Inc, do sistema operacional Unix:

- SPARCstation 4, da SUN Microsystems, com sistema operacional UNIX System V Release 4.0 e ambiente gráfico Solaris 3.4 (SunOS 5.4);
- SPARCstation 5, da SUN Microsystems, com sistema operacional UNIX System V Release 4.0 e ambiente gráfico Solaris 3.4 (SunOS 5.4);
- SPARCstation 20, da SUN Microsystems, com sistema operacional UNIX System V Release 4.0 e ambiente gráfico Solaris 3.4 (SunOS 5.4).
- Estações de trabalho Digital Alpha DS20.

Um microcomputador PC-Pentium foi utilizado para o uso de planilhas eletrônicas e editores de textos. A impressora HP Office Jet foi utilizada para imprimir os resultados e os relatórios.

9. Conclusões Finais e Sugestões para Trabalhos Futuros

Os estudos teóricos tiveram importância fundamental. Sem eles, seria impossível analisar de forma correta e coerente os resultados obtidos. Aliás, constatou-se a necessidade de estudos mais abrangentes a fim de prosseguir com o desenvolvimento do tema.

Pode-se perceber que, apesar da CFD não obter resultados quantitativos muito confiáveis, qualitativamente mostrou-se eficiente neste trabalho, obtendo resultados comparativos bem precisos e de acordo com o esperado.

Uma deficiência do trabalho foi a utilização de um perfil simétrico para criação da geometria da asa e dos *winglets*. Essa simetria do perfil, foi a causa mais provável da invariância da sustentação em relação à presença dos apêndices. A escolha do perfil simétrico ocorreu exclusivamente devido à melhor adaptação desta geometria à geração das malhas computacionais.

Pelos resultados das simulações utilizando a Equação de Euler nota-se a redução no arrasto quando a asa possui *winglets*. Nota-se também que a maior redução no arrasto se encontra para baixos valores de ângulo de ataque, condição de cruzeiro. Para aeronaves comerciais isto é muito importante devido à economia de combustível, uma vez que na maior parte de sua trajetória as aeronaves comerciais se encontram em condição de cruzeiro. Para 0° de ângulo de ataque a redução percentual do arrasto foi de 19.5%, para 4° foi de 8.5% e 8.8% para 8° . O arrasto induzido assim como o arrasto total foi diminuído com a presença dos *winglets*, mas ao contrário do arrasto total a maior redução ocorreu para altos valores de ângulo de ataque (8°).

Conforme o esperado, a redução do arrasto total devido à presença dos *winglets* para as simulações utilizando a Equação de Navier-Stokes com modelo de Spalart-Allmaras para turbulência foi menor em relação às simulações com modelo invíscido. Isto devido à presença e ao aumento do arrasto viscoso por causa da inclusão dos *winglets*. O arrasto total obteve redução de 7% para 0° de ângulo de ataque, 3% para 4° e 2% para 8° .

Pode-se notar que as curvas de arrasto de pressão (Figura 7.28) e arrasto total para eq. de Euler (Figura 7.10) são muito semelhantes isso porque a principal diferença entre os modelos de escoamento é a presença ou não das forças viscosas. Por isso, se compararmos os coeficientes de arrasto de pressão nos dois casos (que é o próprio arrasto total no caso invíscido) esperava-se que fossem muito parecidos.

Analisando as curvas de razão de aspecto equivalente por ângulo de ataque, nota-se que a eficiência dos *winglets* é muito maior para baixos ângulos de ataque, isto por causa da pequena inclinação dos *winglets* (próprio ângulo de ataque) formando uma barreira mais eficiente contra a circulação.

As sugestões para trabalhos futuros são, primeiramente utilizar um perfil assimétrico tanto para a asa como para os *winglets*, para poder avaliar a influência dos *winglets* na sustentação de forma mais adequada. Outra é realizar simulações de escoamento compressível, pois a maioria das aeronaves que utilizam esses tipos de apêndices nas superfícies de sustentação voam a velocidades superiores a Mach 0.3.

10. Bibliografia

Livros

- [1] **ANDERSON, J. D.** Fundamentals of aerodynamics. 2ª ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 1991.
- [2] **CLANCY, L. J.** Aerodynamics. Longman Scientific & Technical, 1989.
- [3] **KUETHE, A. M.; CHOW, C. Y.** Foundations of aerodynamics Bases of Aerodynamics Design; 4ª ed.; John Wiley & Sons; 1986.
- [4] **MALISKA, C. R.** Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, 1.ed. Rio de Janeiro, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 1995.
- [5] **PATANKAR, S. V.** Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing, 1980.

Trabalhos Acadêmicos e Artigos

- [6] **CARMO, B. S.**; Estudo do escoamento ao redor de uma configuração asa/fuselagem utilizando CFD. 2002. Trabalho de formatura – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo.
- [7] **MEYER, R. R.**; Effects of winglets on a First-Generation Jet Transport wing. 1986, NASA Technical Paper 2619.

Manuais

- [8] **Gambit User's Guide** – Version 1.3, Fluent Inc.; 2000.
- [9] **Gambit Modelling Guide** - Version 1.3, Fluent Inc.; 2000.
- [10] **Fluent Tutorial Guide** – Fluent Inc.; 1999.
- [11] **Gambit Training** – Version 1.0, Fluent Inc.; 1998.